

Оригинальная статья

DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2024.3/8>

УДК 630\*5



## Динамическая модель роста и производительности сосновых древостоев (*Pinus sylvestris* L.) Унженской низменности

Александр В. Лебедев<sup>1,2</sup>✉, [alebedev@rgau-msha.ru](mailto:alebedev@rgau-msha.ru)  <https://orcid.org/0000-0002-8939-942X>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», ул. Тимирязевская, 49, г. Москва, 127434, Российская Федерация

<sup>2</sup>ФГБУ «Государственный природный заповедник «Кологривский лес» имени М.Г. Сеницына», ул. Некрасова, 48, г. Кологрив, Костромская обл., 157440, Российская Федерация

Сосна обыкновенная относится к главным лесообразующим породам Костромской области, поэтому необходимо иметь инструменты, позволяющие принимать обоснованные решения по управлению процессом лесовыращивания, планированию лесопользования, проектированию лесохозяйственных мероприятий и повышению эффективности выполнения древостоями экологических функций. Цель исследования – разработка динамической модели роста и производительности сосновых древостоев Унженской низменности (Костромская область) с использованием данных повторных наблюдений на постоянных пробных площадях. Материалами для исследования являлись данные повторных учетов на 21 постоянной пробной площади Чернолуховского опытного лесхоза и 3 постоянных пробных площадях Мантуровского участка государственного заповедника «Кологривский лес». Для моделирования роста по средней высоте и среднему диаметру проанализировано 15 динамических уравнений, а для моделирования изреживания древостоев – 14 уравнений. Полученные регрессионные уравнения для прогнозирования динамики средних высот и диаметров, естественного изреживания в совокупности формируют модель роста и производительности сосновых древостоев, которая относится к категории эмпирических моделей прогнозирования таксационных характеристик на уровне отдельного древостоя, а ее преимуществами являются инвариантность относительного базового возраста и возможность давать прогнозы в широком диапазоне значений начальных параметров. Разработанная модель может служить альтернативой традиционным таблицам хода роста при проектировании и обосновании лесохозяйственных мероприятий, при таксации лесов методом актуализации, а также для принятия управленческих решений при ведении хозяйства в сосновых лесах. В сочетании с дополнительными уравнениями может входить в состав более сложных моделей, позволяющих прогнозировать структуру древостоев, товарный и углерододепонирующий потенциал, воздействие лесохозяйственных мероприятий.

**Ключевые слова:** сосна обыкновенная, *Pinus sylvestris* L., модель роста древостоев, повторные наблюдения, постоянная пробная площадь

**Финансирование:** исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-76-01016, <https://rscf.ru/project/23-76-01016/>.

**Благодарности:** автор благодарит рецензентов за вклад в экспертную оценку статьи.

**Конфликт интересов:** автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования:** Лебедев А. В. Динамическая модель роста и производительности сосновых древостоев (*Pinus sylvestris* L.) Унженской низменности / А. В. Лебедев // Лесотехнический журнал. – 2024. – Т. 14. – № 3 (55). – С. 127–151. – Библиогр.: с. 146–151 (40 назв.). – DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2024.3/8>.

Поступила 18.06.2024. Пересмотрена 30.07.2024 Принята 14.08.2024 Опубликована онлайн 11.11.2024

Article

## Dynamic model of the growth and yield of pine stands (*Pinus sylvestris* L.) in the Unzhensky Lowland

Aleksandr V. Lebedev<sup>1,2</sup>✉, alebedev@rgau-msha.ru,  <https://orcid.org/0000-0002-8939-942X>

<sup>1</sup>Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Timiryazevskaya str., 49, Moscow, 127434, Russian Federation

<sup>2</sup>Kologrivsky Forest Nature Reserve, Nekrasova st., 48, Kologriv town, Kostroma region, 157440, Russian Federation

### Abstract

Scots pine is one of the main forest-forming species in the Kostroma region, therefore it is necessary to have tools that allow one to make informed decisions on managing the forest growing process, planning forest management, designing forest management activities and increasing the efficiency of forest stands performing environmental functions. The purpose of the study is to develop a dynamic model of growth and yield of pine stands in the Unzhensky Lowland (Kostroma region) based on repeated observations on permanent trial plots. The data for modeling the growth and yield of pine stands were materials from repeated censuses on 21 permanent trial plots of the Chernolukhovskiy experimental forestry enterprise and 3 permanent trial plots of the Manturovo section of the Kologrivskiy Forest Nature Reserve. To model growth by average height and average diameter, 15 dynamic equations based on 9 basic functions were analyzed, and to model thinning of forest stands, 14 dynamic equations were analyzed. The resulting regression equations for predicting the dynamics of average heights and diameters, thinning together form a model of growth and yield of pine forest stands, which belongs to the category of empirical models for predicting stand characteristics at the level of an individual forest stand, and its advantages are the invariance of the relative base age and the ability to give forecasts over a wide range of initial parameter values. The developed model can serve as an alternative to traditional tables of course of growth when designing and justifying forestry activities, when forests inventory using the updating method, as well as for making management decisions when managing pine forests. In combination with additional equations, it can be part of more complex models that allow predicting the structure of forest stands, commercial and carbon sequestration potential, and the impact of forestry activities.

**Keywords:** Scots pine, *Pinus sylvestris* L., forest stand growth model, repeated observations, permanent trial plot

**Funding:** this study has been supported by the grants the Russian Science Foundation, RSF 23-76-01016, <https://rscf.ru/en/project/23-76-01016/>.

**Acknowledgments:** author thanks the reviewers for their contribution to the peer review.

**Conflict of interest:** the author declares no conflict of interest.

**For citation:** Lebedev A. V. (2024). Dynamic model of the growth and yield of pine stands (*Pinus sylvestris* L.) in the Unzhensky Lowland. *Lesotekhnicheskii zhurnal* [Forestry Engineering journal], Vol. 14, No. 3 (55), pp. 127-151 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.3/8>.

*Received* 18.06.2024. *Revised* 30.07.2024. *Accepted* 14.08.2024. *Published online* 11.11.2024.

## Введение

Сосна обыкновенная (*Pinus sylvestris* L.) относится к главным лесобразующим породам на землях лесного фонда Костромской области. Насаждения с ее преобладанием занимают пятую часть лесопокрываемых площадей (около 1000 тыс. га) [1]. Сосновые древостои играют большую роль в лесном хозяйстве региона при организации использования, охраны, защиты и воспроизводства леса, а древесина имеет важное значение для функционирования и развития лесопромышленного комплекса. Значимость этой лесобразующей породы в последние годы подтверждается научными исследованиями, направленными на оценку фитомассы древостоев [2] и содержания углерода в валеже [3], выявление закономерностей между таксационными показателями [4], изучение морфологической изменчивости [5], рекультивацию нарушенных участков [6], лесокультурное освоение земель [7] и др. С учетом важности сосны для лесного фонда Костромской области необходимо иметь инструменты, позволяющие принимать обоснованные решения по управлению процессом лесовыращивания, планированию лесопользования, проектированию лесохозяйственных мероприятий и повышению эффективности выполнения древостоями экологических функций.

Для сосновых древостоев Костромской области неоднократно составлялись таблицы хода роста (ТХР). Первые нормативы, предназначенные для определения запаса и прироста насаждений составлены В.А. Чернеевским под руководством Н. Воробьева в 1908 году<sup>1</sup>. При лесоустройстве 1911-1912 для сосновых лесов I-III классов бонитета Унженского района Костромской губернии составлены ТХР<sup>2</sup>, включающие сведения о всех основных таксационных показателях. В 1965 году В.М. Павловым на основании анализа обширного экспериментального материала опубликованы ТХР сосновых древостоев I-III классов бонитета для южной части

Костромской области в левобережье Унжи (Пониловский массив)<sup>3</sup>. По сравнению с всеобщими ТХР А.В. Тюрина<sup>4</sup> автором отмечены существенные различия между таксационными показателями для двух разных таблиц. В последние годы ТХР сосновых древостоев, дифференцированные по региональным типам леса и типам лесорастительных условий, составлены В.К. Хлюстовым с соавт. [8, 9] для Костромской области, дополненные сведениями о товарно-денежном и экобиоэнергетическом потенциалах, рядах распределения таксационных показателей по классам толщины деревьев. Для территории государственного заповедника «Кологривский лес» проведен анализ хода роста древостоев в сосновых типах леса в работе Н.Н. Дубенка с соавт. [10]

При разработке большинства ТХР для древостоев Костромской области ранее применялся метод указательной кривой в сочетании со статическими моделями, в которых для базовой ростовой функции «размер – возраст» подбираются параметры для каждого уровня производительности (класс бонитета или тип леса). Главным недостатком такого подхода является то, что он позволяет получать ограниченное количество ростовых кривых, связанных с базовым возрастом, как правило, 100 лет [11]. Ряд недостатков статических моделей устранен в динамических моделях. Они основаны на использовании алгебраического разностного подхода и его обобщенной версии. Впервые метод моделирования, позволяющий получать динамический модели роста, был предложен R.L. Bailey и J.L. Clutter [12]. Разработанный ими способ получил название алгебраического разностного подхода (ADA). Невозможность получать полиморфные модели с множественными асимптотами относится к недостаткам ADA, которые были устранены в методе обобщенного алгебраического разностного подхода (GADA) [13]. Метод GADA в последние десятилетия получил

<sup>1</sup>Материалы для оценки земель Костромской губернии. Определение доходности земельных угодий. Выпуск 1-й. Запас и прирост лесных насаждений Костромской губернии. – Кострома: Тип. Т.П. Андрониковой, 1908. – 33 с.

<sup>2</sup>Второй лесной сборник: Труды Костромского научного общества по изучению местного края. Выпуск X. – Кострома: Типография Советов Народного хозяйства, 1918. – С. 165-167.

<sup>3</sup>Павлов В.М. Особенности хода роста сосны в бассейне реки Унжи / В.М. Павлов // Новое в лесной таксации и лесоустройстве. – Москва, 1965. – Сб. 2. – С. 37-39.

<sup>4</sup>Тюрин А.В. Нормальная производительность насаждений сосны, березы, осины и ели: (Всеобщие таблицы хода роста) / А.В. Тюрин. – М.–Л.: Сельколхозгиз, 1931. – 200 с.

большое распространение и на его основе составлены модели роста древостоев [14, 15, 16, 17] и отдельных деревьев [18, 19, 20, 21] для многих лесообразующих пород в разных регионах мира.

Цель исследования – разработка динамической модели роста и производительности сосновых древостоев Унженской низменности (Костромская область) с использованием данных повторных наблюдений на постоянных пробных площадях.

## Материалы и методы

*Место исследования.* Унженская низменность расположена в центрально-восточной части Костромской области в левобережье реки Унжи и характеризуется средними высотными отметками 80-150 м над уровнем моря. Уникальность лесов Понизовья отмечается на протяжении нескольких столетий. Широкое разнообразие типов лесных насаждений связано с прохождением восточных границ ареалов европейских видов и западных границ сибирских, а также северной границы неморальных видов. Своеобразный облик этих южнотаежных лесов создают такие виды, как сосна обыкновенная (*Pinus sylvestris* L.), ель обыкновенная (*Picea abies* (L.) H.Karst.), ель финская (*P. × fennica* (Regel) Kom.), лиственница сибирская (*Larix sibirica* Ledeb.), пихта сибирская (*Abies sibirica* Ledeb.), дуб черешчатый (*Quercus robur* L.), липа сердцевидная (*Tilia cordata* Mill.), клен остролистный (*Acer platanoides* L.), вяз шершавый (*Ulmus glabra* Huds.), вяз гладкий (*U. laevis* Pall.), лещина обыкновенная (*Corylus avellana* (L.) H.Karst.) и др.

Первые исторические упоминания о лесах Понизовья относятся к середине XV века<sup>1</sup>. В то

время насаждения были сформированы преимущественно дубом, сосной и лиственницей. В начале XIX века по берегам Унжи проводились обследования и выделение сосновых и лиственничных корабельных рощ в самых высокопродуктивных насаждениях. Начало лесоводственных исследований связано с именами Ф.Г. Фокеля<sup>2</sup>, Д.И. Товстолеса<sup>3</sup>, С. Барановского<sup>4</sup> и др. В качестве основных факторов, приводящих к смене коренных лесов производными формациями, можно выделить периодические крупные лесные пожары и рубки<sup>5</sup>. Наиболее интенсивные рубки проводились с 1930-ых годов во время первых пятилеток. С целью сохранения целостности экологического каркаса бассейна Унжи в 2000-2010-ые годы созданы природные заказники: Тимошинский, Вондовский, Белолуховский бор, Чернолуховский бор, – а северная часть низменности входит в границы Мантуровского участка государственного заповедника «Кологривский лес».

*Сбор данных.* Данными для моделирования роста и производительности чистых и условно-чистых сосновых древостоев являлись материалы повторных учетов на 21 постоянной пробной площади Чернолуховского опытного лесхоза<sup>6</sup> и 3 постоянных пробных площадях Мантуровского участка государственного заповедника «Кологривский лес». В Чернолуховском опытном лесхозе пробные площади закладывались при проведении лесоустройства в 1964 и 1983 годах, их восстановление и повторная инвентаризация проводились в 1995-2000 годы Н.В. Мальщукловой. Средний возраст древостоев при первом учете составлял 49±5 лет (здесь и далее после ± приведена стандартная ошибка сред-

<sup>1</sup>Дюбюк Е. Леса и лесное хозяйство Костромской губернии / Е. Дюбюк // Труды Костромского научного общества по изучению местного края. – Кострома, 1918. – Вып. 10. – С. 87-102.

<sup>2</sup>Фокель Ф.Г. Собрание лесной науки / Ф.Г. Фокель. – СПб, Архангельск: Северо-Западное книжное изд., 1996. – 207 с.

<sup>3</sup>Товстолес Д.И. Ход роста сибирской лиственницы по исследованию в Пермской и Костромской губерниях / Д.И. Товстолес. – Петроград: Тип. М.А. Александрова, 1915. – С. 33-64.

<sup>4</sup>Барановский С. Естественно-исторические условия роста и возобновления и типы лесонасаждений в связи с основаниями хозяйства в Потахинской и Пелеговской казенных лесных дачах Юрьевецкого лесничества Костромской губернии / С. Барановский // Труды Костромского научного общества по изучению местного края. – Кострома, 1917. – Вып. 6. – С. 21-67.

<sup>5</sup>Мальщук В.И. Лесоводственные основы повышения продуктивности сосновых лесов Унженской низменности: специальность 06.03.03 – Лесоведение, лесоводство лесные пожары и борьба с ними: диссертация на соискание ученой степени кандидата сельскохозяйственных наук / Мальщук Василий Иванович. – Ивантеевка, 1988. – 191 с.

<sup>6</sup>Мальщук Н.В. Повышение продуктивности сосновых лесов Ветлужско-Унженской низменности: специальность 06.03.03 – Лесоведение, лесоводство лесные пожары и борьба с ними: диссертация на соискание ученой степени кандидата сельскохозяйственных наук / Мальщук Наталья Васильевна. – Москва, 2003. – 93 с.

ней), при втором учете –  $70 \pm 4$  лет. Насаждения характеризуются I-II классом бонитета, преобладающие типы леса – сосняк зеленомошный, сосняк черничный, сосняк брусничный. Пробные площади в заповеднике «Кологривский лес» заложены в 2014–2016 годы в сосняках, возобновившихся на месте гари 1972 года. Возраст древостоев при первом учете составил 40 лет, при втором – 45 лет. Насаждения характеризуются II-III классом бонитета, типы леса – сосняк вересковый и сосняк черничный. Для характеристики роста древостоев на ранних этапах использованы материалы по ходу росту сосновых молодняков Ветлужско-Унженского региона Н.П. Поликарпова<sup>1</sup>. Сформированный набор данных о динамике растущей части сосновых древостоев левобережья Унжи включает следующие основные показатели: календарный год проведения таксационных работ, возраст, средняя высота и диаметр древостоя, число деревьев на 1 га, сумма площадей поперечных сечений и запас древесины.

*Уравнения роста и производительности древостоев.* В общем виде модель роста и производительности древостоев включает в себя отдельные уравнения: 1) зависимостей средней высоты ( $H_2$ ), среднего диаметра ( $D_2$ ) и числа деревьев ( $N_2$ ) от начального и конечного возрастов ( $A_1, A_2$ ) и начальных значений соответствующих таксационных показателей ( $H_1, D_1, N_1$ ) и 2) зависимости средней видовой высоты ( $HF$ ) от средней высоты древостоя ( $H$ ). Сумма площадей сечений ( $G$ ) и запас ( $M$ ) определяются по общепринятым в лесной таксации зависимостям.

Для моделирования роста древостоев по средней высоте и среднему диаметру использовался подход GADA, подробное описание которого содержится во многих литературных источниках [22, 23, 24]. В получаемом наборе кривых с применением GADA каждая отдельно взятая кривая имеет индивидуальную асимптоту и характеризуется индиви-

дуальной формой. Проведенный анализ литературных источников [23, 25, 26, 27] позволил отобрать 15 динамических уравнений GADA, основанных на 9 базовых функциях (табл. 1). Все они относятся к полиморфным уравнениям с множественными асимптотами. Количество оцениваемых параметров уравнений составляет от 2 до 4.

Для описания естественного изреживания древостоев использовалось 14 отобранных из литературных источников динамических уравнений [28, 29, 30, 31], включающих от одного до трех параметров (табл. 2). Для каждого уравнения характерна индивидуальная функциональная форма, что может приводить к различиям между прогнозируемыми кривыми изреживания. Количество оцениваемых параметров уравнений составляет от 1 до 3.

*Оценка моделей.* Для оценки моделей было получено 25 пар начальных и конечных значений для средних высот и числа деревьев и 24 пары – для средних диаметров. Оценка параметров проводилась с использованием нелинейного метода наименьших квадратов (функция nls в R). Для уравнений рассчитывались следующие метрики качества<sup>2</sup>: квадратный корень из среднеквадратической ошибки (RMSE), средний процент абсолютной ошибки (MAPE), среднее смещение ошибок (MBE), коэффициент детерминации ( $R^2$ ), скорректированный коэффициент детерминации ( $R^2\text{-adj.}$ ); информационные критерии Акаике (AIC) и Байеса (BIC).

Выбор лучшей модели основывался на анализе полученных значений метрик качества (минимум информационных критериев и средних ошибок и максимум коэффициента детерминации). Кроме того, при принятии решения о качестве полученных моделей проводился графический анализ, так как прогнозируемые по разным уравнениям кривые даже при совпадении рассчитанных метрик качества могут иметь значительные расхождения [32].

<sup>1</sup>Поликарпов Н.П. Формирование сосновых молодняков на концентрированных вырубках. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 171 с.

<sup>2</sup>Лебедев А.В. Эмпирические модели роста и производительности древостоев по данным долговременных наблюдений в условиях

антропогенных воздействий и климатических изменений: диссертация на соискание ученой степени доктора сельскохозяйственных наук / Лебедев Александр Вячеславович. – Москва, 2023. – 425 с.

Таблица 1

Базовые уравнения роста и их преобразования с использованием обобщенного алгебраического разностного подхода

Table 1

Basic growth functions and their transformations using the generalized algebraic difference approach

| Id   | Преобразование параметров  <br>Transforming parameters           | Решение для X с начальными значениями (y <sub>0</sub> , t <sub>0</sub> )  <br>Solution for X with initial values (y <sub>0</sub> , t <sub>0</sub> )         | Динамическое уравнение  <br>Dynamic equation  | Количество параметров  <br>Number of parameters |
|--|--|---|---|---|
| Richards y = a(1 - exp(-bt)) <sup>c</sup>            |  |   |   |   |
| 1  | a = exp(X),<br>c = c <sub>1</sub> + c <sub>2</sub> X             | X <sub>0</sub> = $\frac{\ln(y_0) - c_1 F_0}{1 + c_2 F_0}$ ,<br>F <sub>0</sub> = ln(1 - exp(-bt <sub>0</sub> ))  | y = exp(X <sub>0</sub> )(1 - exp(-bt)) <sup>c<sub>1</sub>+c<sub>2</sub>X<sub>0</sub></sup>              | 3   |
| 2  | a = exp(X),<br>c = c <sub>1</sub> + $\frac{c_2}{X}$              | X <sub>0</sub> = $\frac{1}{2}(\ln(y_0) - c_1 F_0 + ((\ln(y_0) - c_1 F_0)^2 - 4c_2 F_0)^{\frac{1}{2}})$ ,<br>F <sub>0</sub> = ln(1 - exp(-bt <sub>0</sub> )) | y = y <sub>0</sub> $\left(\frac{1 - \exp(-bt)}{1 - \exp(-bt_0)}\right)^{c_1 + \frac{c_2}{X_0}}$         | 3   |
| 3  | a = exp(X),<br>c = c <sub>1</sub> + $\frac{1}{X}$                | X <sub>0</sub> = $\frac{1}{2}(\ln(y_0) - c_1 F_0 + ((c_1 F_0 - \ln(y_0))^2 - 4F_0)^{\frac{1}{2}})$ ,<br>F <sub>0</sub> = ln(1 - exp(-bt <sub>0</sub> ))     | y = exp(X <sub>0</sub> )(1 - exp(-bt)) <sup>c<sub>1</sub>+<math>\frac{1}{X_0}</math></sup>              | 2   |
| 4  | a = exp(a <sub>1</sub> X),<br>c = c <sub>1</sub> + $\frac{1}{X}$ | X <sub>0</sub> = $\frac{\ln(y_0)}{a_1 + F_0}$ ,<br>F <sub>0</sub> = ln(1 - exp(-bt <sub>0</sub> ))  | y = exp(a <sub>1</sub> X <sub>0</sub> )(1 - exp(-bt)) <sup>X<sub>0</sub></sup>                          | 2   |
| Lundqvist y = a exp(-bt <sup>-c</sup> )              |  |   |   |   |
| 5  | a = exp(X),<br>b = b <sub>1</sub> + $\frac{1}{X}$                | X <sub>0</sub> = $\frac{1}{2}t_0^{-c} (b_1 + t_0^{-c} \ln(y_0) + \sqrt{4t_0^{-c} + (-b_1 - t_0^{-c} \ln(y_0))^2})$  | y = exp(X <sub>0</sub> ) exp $\left(-\left(b_1 + \left(\frac{1}{X_0}\right)\right)t^{-c}\right)$        | 2   |
| 6  | a = exp(X),<br>b = b <sub>1</sub> + $\frac{b_2}{X}$              | X <sub>0</sub> = $\frac{1}{2}t_0^{-c} (b_1 + t_0^{-c} \ln(y_0) + \sqrt{4b_2 t_0^{-c} + (-b_1 - t_0^{-c} \ln(y_0))^2})$                                      | y = exp(X <sub>0</sub> ) exp $\left(-\left(b_1 + \left(\frac{b_2}{X_0}\right)\right)t^{-c}\right)$      | 3   |
| 7  | a = exp(a <sub>1</sub> X),<br>b = X                              | X <sub>0</sub> = $\frac{\ln(y_0)}{a_1 - t_0^{-c}}$  | y = exp(a <sub>1</sub> X <sub>0</sub> ) exp(-X <sub>0</sub> t <sup>-c</sup> )                           | 2   |
| Hossfeld IV y = $\frac{bt^c}{t^c+a}$                 |  |   |   |   |
| 8  | a = $\frac{a_1}{X}$ ,<br>b = b <sub>1</sub> + X                  | X <sub>0</sub> = y <sub>0</sub> - a <sub>1</sub> + $\left((y_0 - a_1)^2 + \frac{2y_0 \exp(b_1)}{t_0^c}\right)^{\frac{1}{2}}$                                | y = y <sub>0</sub> $\frac{t^c(t_0^c X_0 + \exp(b_1))}{t_0^c(t^c X_0 + \exp(b_1))}$                      | 3   |
| Hossfeld IV y = $\frac{t^c}{b+at^c}$                 |  |   |   |   |
| 9  | a = X,<br>b = b <sub>1</sub> X                                   | X <sub>0</sub> = $\frac{t_0^c}{b_1 + t_0^c}$  | y = $\frac{t^c}{X_0(b_1 + t^c)}$  | 2   |
| Cieszewski y <sup>3</sup> = $\frac{bt^c}{t^{c-1}+a}$ |  |   |   |   |
| 10   | a = $\frac{a_1}{2X}$ ,<br>b = b <sub>1</sub> + X                 | X <sub>0</sub> = $\frac{1}{2}(y_0^3 t^{-1} - b_1 + ((y_0^3 t^{-1} - b_1)^2 + 2a_1 h_0^3 t^{-c})^{\frac{1}{2}})$   | y = y <sub>0</sub> $\left(\frac{t^c(t_0^{c-1}X_0 + a_1)}{t_0^c(t^{c-1}X_0 + a_1)}\right)^{\frac{1}{3}}$ | 3   |
| Cieszewski, Bella y = $\frac{a}{1+bt^{-c}}$          |  |   |   |   |

| Id  | Преобразование параметров   Transforming parameters | Решение для X с начальными значениями (y <sub>0</sub> , t <sub>0</sub> )   Solution for X with initial values (y <sub>0</sub> , t <sub>0</sub> ) | Динамическое уравнение   Dynamic equation                          | Количество параметров   Number of parameters |
|---|---|--|--|--|
| 11  | $a = a_1 + X,$<br>$b = b_1 X$                       | $X_0 = \frac{y_0 - a_1}{1 - b_1 y_0 t_0^{-c}}$   | $y = \frac{a_1 + X_0}{1 + b_1 X_0 t^{-c}}$                         | 3  |
| 12  | $a = a_1 + X,$<br>$b = \frac{b_1}{X}$               | $X_0 = \frac{1}{2} \left( y_0 - a_1 + ((y_0 - a_1)^2 + 4b_1 y_0 t_0^{-c})^{\frac{1}{2}} \right)$   | $y = \frac{a_1 + X_0}{1 + \frac{b_1}{X_0} t^{-c}}$                 | 3  |
| Schumacher $\ln(y) = a + bt^c$                        |   |  |  |  |
| 13  | $a = X,$<br>$b = \frac{b_1}{X}$                     | $X_0 = \frac{1}{2} \left( \ln(y_0) + (\ln^2(y_0) - 4b_1 t_0^c)^{\frac{1}{2}} \right)$  | $y = \exp \left( X_0 - \left( \frac{b_1}{X_0} \right) t^c \right)$ | 2  |
| Weibull modified $\ln(y) = a + b \ln(1 - \exp(-t^c))$ |   |  |  |  |
| 14  | $a = X,$<br>$b = b_1 + b_2 X$                       | $X_0 = \frac{\ln(y_0) - b_1 \ln(1 - \exp(-t_0^c))}{1 + b_2 \ln(1 - \exp(-t_0^c))}$   | $y = \exp(X_0 + (b_1 + b_2 X_0) \ln(1 - \exp(-t^c)))$              | 3  |
| Gompertz modified $y = a \exp(-b \exp(-ct)) + d$      |   |  |  |  |
| 15  | $a = X,$<br>$d = -d_1 X - d_2$                      | $F_0 = \exp(-b \exp(-ct_0)),$<br>$F_1 = \exp(-b \exp(-ct_0))$  | $y = \frac{F_0(d_2 + y_0) - d_1 y_0 - d_2 F_1}{F_1 - d_1}$         | 4  |

Источник: извлечение из литературных данных

Source: extract from literature information

Таблица 2

Уравнения естественного изреживания древостоев

Table 2

Equations for self-thinning of forest stands

| Id | Уравнение   Equation  | Количество параметров   Number of parameters | Id  | Уравнение   Equation  | Количество параметров   Number of parameters |
|----|---|--|-----|---|--|
| N1 | $y = y_0 \exp(b_1(t - t_0))$                                    | 1  | N8  | $y = (y_0^{b_0} + b_1(b_2^t - b_2^{t_0}))^{\frac{1}{b_0}}$  | 3  |
| N2 | $y = y_0 \exp(b_1(t^{b_2} - t_0^{b_2}))$                        | 2  | N9  | $y = \left( \frac{1}{\sqrt{y_0}} + b_1 \left( \left( \frac{t}{100} \right)^2 - \left( \frac{t_0}{100} \right)^2 \right) \right)^{-2}$ | 1  |
| N3 | $y = y_0 \exp(b_1(t - t_0)) \left( \frac{t}{t_0} \right)^{b_2}$ | 2  | N10 | $y = y_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^b$  | 1  |
| N4 | $y = y_0 \exp(b_1(b_2^t - b_2^{t_0}))$                          | 2  | N11 | $y = y_0 \exp(b_1(t - t_0) + b_2(1 - \exp(-b_1(t - t_0))))$   | 2  |
| N5 | $y = (y_0^{b_0} + b_1(t - t_0))^{\frac{1}{b_0}}$                | 2  | N12 | $y = y_0 \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-b_2}{t^{b_3}}\right)}{1 - \exp\left(\frac{-b_2}{t_0^{b_3}}\right)} \right)$                | 2  |
| N6 | $y = (y_0^{b_0} + b_1(t^{b_2} - t_0^{b_2}))^{\frac{1}{b_0}}$    | 3  | N13 | $y = y_0 \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-b_2}{t^{b_3}}\right)}{1 - \exp\left(\frac{-b_2}{t_0^{b_3}}\right)} \right)$                | 2  |

|    |  |   |     |  |   |
|----|--|---|-----|--|---|
| N7 | $y = \left( y_0^{b_0} + b_1(t - t_0) + b_2 \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \right)^{\frac{1}{b_0}}$ | 3 | N14 | $y = y_0 \left( \frac{1 - b_1 \exp \left( \frac{-b_2}{t^{b_3}} \right)}{1 - b_1 \exp \left( \frac{-b_2}{t_0^{b_3}} \right)} \right)$ | 3 |
|----|--|---|-----|--|---|

Источник: извлечение из литературных данных

Source: extract from literature information

*Сравнение модели с таблицами хода роста.* Графическое сопоставление разработанной модели проводилось с данными ТХР сосновых насаждений I-III классов бонитета Унженского района Костромской губернии<sup>1</sup> и ТХР сосновых древостоев бассейна реки Унжи, составленных В.М. Павловым<sup>2</sup> по таким показателям, как средняя высота и диаметр. В анализ не включались суммы площадей сечений и запасы, так как в ТХР составлены для фиксированной полноты, а модель отражает динамику древостоев при фактическом изменении числа растущих деревьев.

**Результаты и обсуждение**

*Модель роста по средней высоте.* Оценки параметров моделей, их статистическая значимость и метрики качества приведены в табл. 3. Наилучшим соответствием с фактическими данными обладают уравнения № 1, 2 (базовая функция Richards), 14 (базовая функция Weibull modified) и 8 (базовая функция Hossfeld IV), для которых RMSE составляет от

1,754 до 1,861 м, MAPE – от 6,674 до 7,207%, R<sup>2</sup> – от 0,941 до 0,934, а информационные критерии (AIC и BIC) имеют минимальные значения. Худший результат по выравниванию данных показало уравнение № 5 (базовая функция Lundqvist) с RMSE = 4,995 м, MAPE = 22,977% и R<sup>2</sup> = 0,526.

Уравнения № 14 и 8 в наибольшей степени соответствуют сложившимся представлениям о дифференциации кривых роста для древостоев разной производительности. Таким образом, с учетом значений критериев качества и графического анализа для описания динамики средних высот можно отдать предпочтение уравнению № 14. Получаемые по нему кривые роста по средней высоте являются полиморфными с множественными асимптотами, что позволяет устанавливать соответствие между предельными значениями таксационных показателей и качеством условий произрастания.

Таблица 3

Оценки уравнений роста по средней высоте

Table 3

Estimates of average height growth equations

| id | Оценки и статистическая значимость параметров   Estimates and statistical significance of parameters |                   |                            |                      | Метрики качества   Quality metrics |         |                |                      |      |      |
|----|--|-------------------|----------------------------|----------------------|------------------------------------|---------|----------------|----------------------|------|------|
|    | Параметр   Parameter   | Оценка   Estimate | t-статистика   t-statistic | p-значение   p-value | RMSE, м                            | MAPE, % | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> -adj. | AIC  | BIC  |
| 1  | b  | 2,412e-02         | 2,871e+00                  | 8,869e-03            | 1,754                              | 6,674   | 0,942          | 0,933                | 34,1 | 37,7 |
|    | c <sub>1</sub>   | 5,467e+04         | 8,566e-03                  | 9,932e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | c <sub>2</sub>   | -1,557e+04        | -8,566e-03                 | 9,932e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 2  | b  | 2,390e-02         | 2,711e+00                  | 1,276e-02            | 1,756                              | 6,680   | 0,941          | 0,933                | 34,1 | 37,8 |
|    | c <sub>1</sub>   | -2,248e+03        | -6,036e-02                 | 9,524e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | c <sub>2</sub>   | 7,905e+03         | 6,036e-02                  | 9,524e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 3  | b  | 2,212e-02         | 3,349e+00                  | 2,778e-03            | 2,011                              | 7,248   | 0,923          | 0,916                | 38,9 | 41,4 |
|    | c <sub>1</sub>   | 1,267e+00         | 4,770e+00                  | 8,259e-05            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 4  | a <sub>1</sub>   | 2,232e+00         | 5,335e+00                  | 2,041e-05            | 2,147                              | 11,378  | 0,912          | 0,904                | 42,2 | 44,6 |
|    | b  | 2,275e-02         | 3,711e+00                  | 1,148e-03            |                                    |         |                |                      |      |      |

<sup>1</sup>Второй лесной сборник: Труды Костромского научного общества по изучению местного края. Выпуск X. – Кострома: Типография Советов Народного хозяйства, 1918. – С. 165-167.

<sup>2</sup>Павлов В.М. Особенности хода роста сосны в бассейне реки Унжи / В.М. Павлов // Новое в лесной таксации и лесоустройстве. – Москва, 1965. – Сб. 2. – С. 37-39.

| id | Оценки и статистическая значимость параметров<br>Estimates and statistical significance of parameters |                    |                             |                       | Метрики качества   Quality metrics |            |                |                      |      |      |
|----|---|--------------------|-----------------------------|-----------------------|------------------------------------|------------|----------------|----------------------|------|------|
|    | Параметр<br>Parameter   | Оценка<br>Estimate | t-статистика<br>t-statistic | p-значение<br>p-value | RMSE,<br>м                         | MAPE,<br>% | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> -adj. | AIC  | BIC  |
| 5  | $b_1$   | -6,603e+00         | -3,554e-02                  | 9,720e-01             | 4,995                              | 22,977     | 0,526          | 0,483                | 84,4 | 86,9 |
|    | $c$   | -4,285e-03         | -3,998e-02                  | 9,685e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 6  | $b_1$   | 3,090e+01          | 2,226e+00                   | 3,654e-02             | 2,040                              | 9,696      | 0,921          | 0,910                | 41,6 | 45,3 |
|    | $b_2$   | -1,724e+01         | -7,944e+00                  | 6,627e-08             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $c$   | 2,110e-02          | 2,858e+00                   | 9,153e-03             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 7  | $a_1$   | 6,080e-01          | 2,559e+00                   | 1,755e-02             | 2,297                              | 12,371     | 0,900          | 0,891                | 45,6 | 48,0 |
|    | $c$   | 3,096e-01          | 1,721e+00                   | 9,868e-02             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 8  | $a_1$   | 4,000e+01          | 3,379e+00                   | 2,703e-03             | 1,861                              | 7,207      | 0,934          | 0,925                | 37,0 | 40,7 |
|    | $b_1$   | -4,975e+00         | -5,236e-02                  | 9,587e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $c$   | 1,566e+00          | 4,173e+00                   | 3,959e-04             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 9  | $b_1$   | 4,619e+02          | 2,145e+00                   | 4,274e-02             | 2,016                              | 7,270      | 0,923          | 0,916                | 39,0 | 41,5 |
|    | $c$   | 1,512e+00          | 7,462e+00                   | 1,385e-07             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 10 | $a_1$   | 1,893e+13          | 3,278e+09                   | < 2e-16               | 2,016                              | 7,943      | 0,923          | 0,912                | 41,4 | 44,7 |
|    | $b_1$   | -3,007e+08         | -8,270e-01                  | 4,171e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $c$   | 3,770e+00          | 9,240e+00                   | 4,989e-09             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 11 | $a_1$   | -7,098e+04         | -5,676e-04                  | 9,996e-01             | 2,016                              | 7,270      | 0,923          | 0,912                | 41,0 | 44,7 |
|    | $b_1$   | 6,505e-03          | 5,679e-04                   | 9,996e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $c$   | 1,512e+00          | 7,017e+00                   | 4,846e-07             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 12 | $a_1$   | 4,776e+01          | 3,017e+00                   | 6,345e-03             | 1,819                              | 7,267      | 0,937          | 0,928                | 35,9 | 39,6 |
|    | $b_1$   | -3,693e+03         | -9,111e-01                  | 3,721e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $c$   | 1,552e+00          | 6,124e+00                   | 3,650e-06             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 13 | $b_1$   | 5,566e+01          | 2,247e+00                   | 3,253e-02             | 1,988                              | 7,328      | 0,931          | 0,924                | 38,4 | 40,8 |
|    | $c$   | -5,376e-01         | 2,198e+00                   | 3,532e-02             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 14 | $b_1$   | 1,288e+05          | 2,170e-03                   | 9,983e-01             | 1,849                              | 6,889      | 0,935          | 0,926                | 36,7 | 40,4 |
|    | $b_2$   | -3,381e+04         | -2,170e-03                  | 9,983e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $c$   | 2,906e-01          | 5,501e+00                   | 1,580e-05             |                                    |            |                |                      |      |      |
| 15 | $b$   | 4,428e+00          | 2,159e-01                   | 8,311e-01             | 2,031                              | 7,245      | 0,922          | 0,906                | 43,4 | 48,3 |
|    | $c$   | -3,404e-03         | -2,074e-01                  | 8,377e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $d_1$   | 1,053e-02          | 4,875e-02                   | 9,616e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |
|    | $d_2$   | -1,075e+00         | -4,638e-01                  | 6,476e-01             |                                    |            |                |                      |      |      |

Источник: собственные вычисления автора  
Source: author's own calculations

Графическое сопоставление прогнозируемых кривых роста (для средних высот в базовом возрасте 50 лет, равных 13, 17 и 21 м) по уравнениям № 1, 2, 14 и 8 с фактическими рядами изменения средних высот на постоянных пробных площадях показано

на рис. 1. Для уравнений № 1 и 2 после 100 лет проявляется слабая дифференциация отдельных кривых, что может быть связано с ограниченным количеством фактических данных для этого возрастного промежутка.

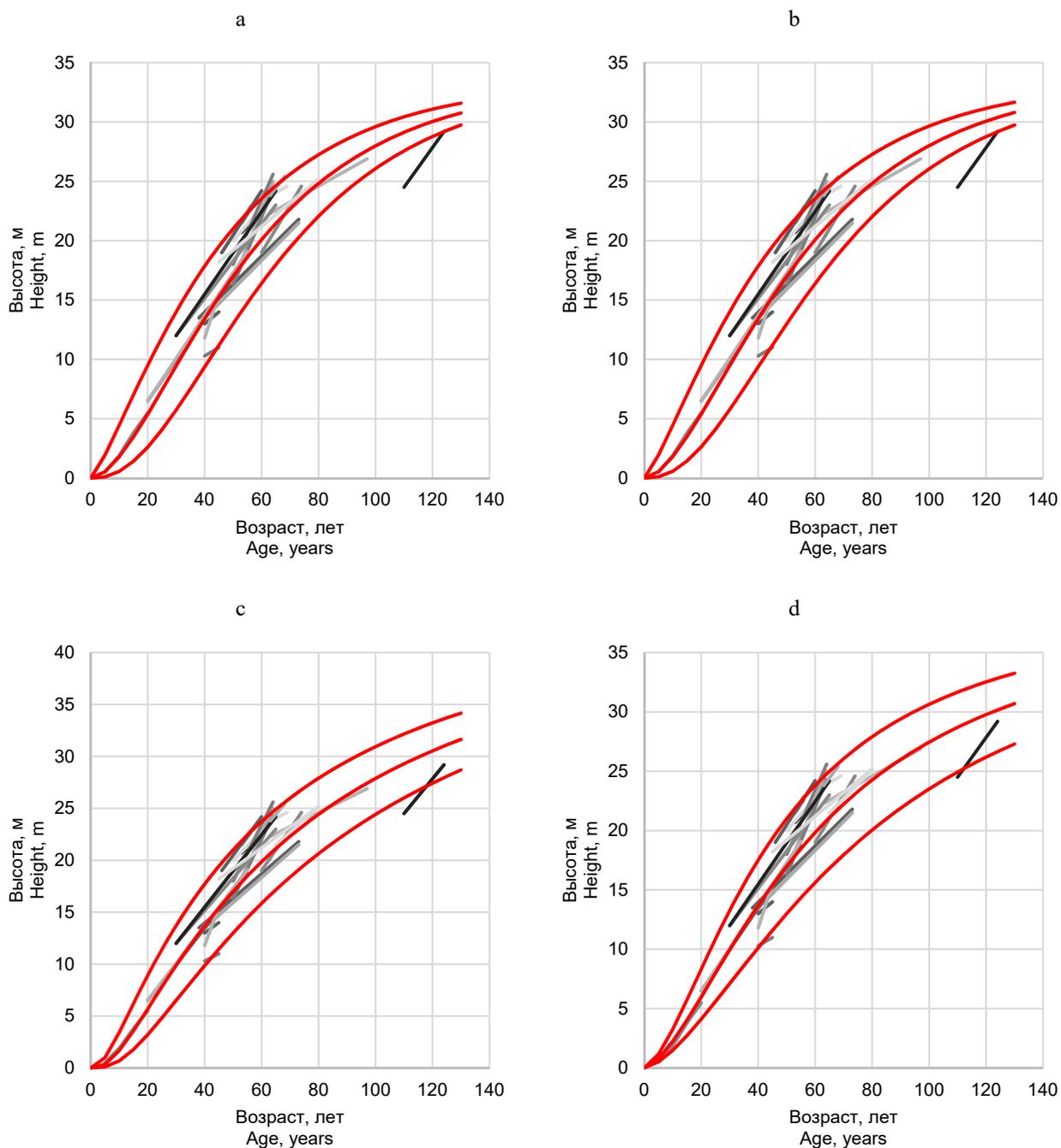


Рисунок 1. Смоделированные кривые роста по средней высоте (красные линии) со значениями 13, 17 и 21 м в 50 лет и данные с пробных площадей (серые линии): а) модель № 1, б) модель № 2, в) модель № 14, д) модель № 8

Figure 1. Predicted growth curves by average height (red lines) with values of 13, 17 and 21 m for 50 years and data with sample plots (gray lines): a) model № 1, b) model № 2, c) model № 14, d) model № 8

Источник: собственная композиция автора  
Source: author's composition

Для уравнения № 14 RMSE составляет 1,849 м, MAPE – 6,889 % и  $R^2$  – 0,935. Используемый комплекс метрик качества указывает на возможность

получения достаточно уверенных прогнозов средних высот на период 20 лет (средняя разница между

возрастом второго и первого учетов на пробных площадях). Проведенное сравнение фактических и прогнозируемых значений показало, что систематические ошибки отсутствуют, а большинство точек располагается вдоль линии соответствия. Случайные ошибки связаны с прохождением роста по средней высоте в каждом древостое по индивидуальным траекториям под воздействием разнообразных ценологических и внешних факторов.

*Модель роста по среднему диаметру.* Оценки параметров, их статистическая значимость и метрики качества приведены в табл. 4. Как и для средних высот, наилучшими являются уравнения № 1, 2, 14 и 8 со значениями RMSE от 1,763 до 2,070 см, MAPE от 6,971 до 8,442 %,  $R^2$  от 0,910 до 0,935 и с минимальными оценками информационных критериев. Худший результат показало уравнение № 5 с  $RMSE = 5,891$  см,  $MAPE = 22,598\%$  и  $R^2 = 0,274$ .

Графическое сопоставление прогнозируемых кривых роста по среднему диаметру (для значений 12, 17 и 22 см в базовом возрасте 50 лет) по уравнениям № 1, 2, 14 и 8 с фактическими данными с пробных площадей показано на рис. 2. Каждая отдельно взятая смоделированная кривая характеризуется индивидуальной формой и скоростью роста в отдельные возрастные этапы. Аналогично средним высотам для описания динамики средних диаметров отдано предпочтение уравнению № 14. Для него RMSE составил 2,036 см, MAPE – 8,442 % и  $R^2 = 0,913$ . Сравнение фактических и прогнозируемых значений не выявило наличия систематических ошибок.

*Модель естественного изреживания.* Оценки параметров моделей, их статистическая значимость и метрики качества приведены в табл. 5. Лучшей обобщающей способностью обладают уравнения № N7, N8, N9 и N3. Для них RMSE составил от 269 до 287 деревьев, MAPE – от 23,9 до 31,6 % и  $R^2 = 0,999$ . Худший результат показало однопараметрическое уравнение № N10 со значениями  $RMSE = 1253$  дерева,  $MAPE = 94,7\%$ ,  $R^2 = 0,978$  и максимальными информационными критериями (AIC и BIC).

Графическое сопоставление прогнозируемых кривых естественного изреживания (для количества растущих деревьев в базовом возрасте 50 лет, равного 500, 2000 и 3500 шт. на 1 га) по уравнениям № N7, N8, N9 и N3 с фактическими рядами изменения количества деревьев на постоянных пробных площадях показано на рис. 3. Модели представляют упрощенное отображение процесса изреживания и позволяют отразить только общую тенденцию по уменьшению числа растущих деревьев с увеличением возраста древостоев. Недостатком уравнений № N7 и N3 является анаморфность, поэтому относительная скорость изреживания при равном возрасте для разных кривых постоянна. Уравнение № N8 обеспечивает прогнозирование только в узком диапазоне начальных значений, а после 80 лет происходит стягивание всех кривых в общую точку. С учетом значений метрик качества и графического анализа в качестве модели изреживания принято полиморфное уравнение № N9.

Уравнение № N9 характеризуется следующими метриками качества:  $RMSE = 276$  деревьев,  $MAPE = 27,8\%$ ,  $R^2 = 0,999$ . По сравнению с традиционными ТХР модель прогнозирует наиболее вероятную кривую изреживания, а не при фиксированной полноте. Для оценки относительной полноты и предельно возможного количества деревьев могут применяться подходы, основанные на расчете индексов густоты, нормальных сумм площадей сечений.

*Прогнозирование сумм площадей сечений и запасов.* Для прогнозирования запасов древесины по известным значениям сумм площадей поперечных сечений ( $G$ ) и средней высоты ( $H$ ) сосновых древостоев получено линейное уравнение зависимости средней видовой высоты ( $HF$ ) от средней высоты ( $H$ ):  $HF = 1,673 + 0,360H$ ,  $R^2 = 0,873$  (рис. 4), которое применялось в дальнейших расчетах. Также возможно использование региональных таблиц объемов стволов, по которым запас будет определяться как произведение объема ствола среднего дерева ( $v$ ), соответствующего среднему дереву древостоя по площади сечения ( $g$ ) и высоте ( $h$ ), на число растущих деревьев ( $N$ ):  $M = vN$ .

Оценки уравнений роста по среднему диаметру

Table 4

Estimates of average diameter growth equations

| id | Оценки и статистическая значимость параметров   Estimates and statistical significance of parameters |                   |                            |                      | Метрики качества   Quality metrics |         |                |                      |      |      |
|----|--|-------------------|----------------------------|----------------------|------------------------------------|---------|----------------|----------------------|------|------|
|    | Параметр   Parameter   | Оценка   Estimate | t-статистика   t-statistic | p-значение   p-value | RMSE, см                           | MAPE, % | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> -adj. | AIC  | BIC  |
| 1  | $b$  | 2,072e-02         | 3,410e+00                  | 2,632e-03            | 1,763                              | 6,971   | 0,935          | 0,925                | 33,2 | 36,8 |
|    | $c_1$  | 4,959e+04         | 1,181e-02                  | 9,907e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c_2$  | -1,355e+04        | -1,181e-02                 | 9,907e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 2  | $b$  | 2,062e-02         | 2,970e+00                  | 7,311e-03            | 1,766                              | 6,973   | 0,935          | 0,925                | 33,3 | 36,8 |
|    | $c_1$  | -4,193e+03        | -2,622e-01                 | 7,957e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c_2$  | 1,536e+04         | 2,634e-01                  | 7,948e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 3  | $b$  | 1,675e-02         | 2,593e+00                  | 1,661e-02            | 2,433                              | 8,580   | 0,876          | 0,864                | 46,7 | 49,0 |
|    | $c_1$  | 1,305e+00         | 5,010e+00                  | 5,141e-05            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 4  | $a_1$  | 2,375e+00         | 5,072e+00                  | 4,431e-05            | 2,640                              | 10,031  | 0,854          | 0,840                | 50,6 | 52,9 |
|    | $b$  | 1,711e-02         | 2,900e+00                  | 8,304e-03            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 5  | $b_1$  | -6,691e+00        | -4,421e-02                 | 9,651e-01            | 5,891                              | 22,598  | 0,274          | 0,205                | 89,1 | 91,5 |
|    | $c$  | -4,802e-03        | -4,947e-02                 | 9,651e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 6  | $b_1$  | 4,571e+01         | 1,939e+00                  | 6,608e-02            | 2,483                              | 10,012  | 0,871          | 0,852                | 49,7 | 53,2 |
|    | $b_2$  | -2,147e+01        | -9,929e+00                 | 2,195e-09            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c$  | 1,908e-02         | 2,278e+00                  | 3,328e-02            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 7  | $a_1$  | 4,602e-01         | 2,517e+00                  | 1,963e-02            | 2,735                              | 10,227  | 0,844          | 0,829                | 52,3 | 54,7 |
|    | $c$  | 3,958e-01         | 2,401e+00                  | 2,526e-02            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 8  | $a_1$  | 4,602e+01         | 1,939e+00                  | 6,601e-02            | 2,070                              | 7,783   | 0,910          | 0,897                | 40,9 | 44,5 |
|    | $b_1$  | 1,300e+00         | 1,693e-04                  | 9,999e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c$  | 1,628e+00         | 6,183e+00                  | 3,910e-06            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 9  | $b_1$  | 7,037e+02         | 2,553e+00                  | 1,813e-02            | 2,451                              | 8,709   | 0,874          | 0,862                | 47,0 | 49,4 |
|    | $c$  | 1,495e+00         | 7,534e+00                  | 1,577e-07            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 10 | $a_1$  | 3,271e+01         | 1,433e-03                  | 9,989e-01            | 2,021                              | 7,258   | 0,915          | 0,902                | 39,8 | 43,3 |
|    | $b_1$  | 1,794e+02         | 1,150e+01                  | 1,598e-10            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c$  | 3,334e+00         | 1,998e+01                  | 3,775e-15            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 11 | $a_1$  | -1,698e+05        | -5,145e-04                 | 9,996e-01            | 2,451                              | 8,709   | 0,874          | 0,856                | 49,0 | 52,6 |
|    | $b_1$  | 4,143e-03         | 5,147e-04                  | 9,996e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c$  | 1,495e+00         | 7,301e+00                  | 3,455e-07            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 12 | $a_1$  | 5,438e+01         | 2,258e+00                  | 3,473e-02            | 1,968                              | 7,305   | 0,919          | 0,907                | 38,5 | 42,0 |
|    | $b_1$  | -5,229e+03        | -1,509e+00                 | 1,462e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c$  | 1,562e+00         | 5,383e+00                  | 2,438e-05            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 13 | $b_1$  | 6,243e+01         | 2,137e+00                  | 3,328e-02            | 2,438                              | 8,501   | 0,881          | 0,870                | 46,8 | 49,1 |
|    | $c$  | -4,288e-01        | 2,193e+00                  | 3,451e-02            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 14 | $b_1$  | 4,288e+05         | 6,964e-03                  | 9,945e-01            | 2,036                              | 8,442   | 0,913          | 0,900                | 40,1 | 43,7 |
|    | $b_2$  | -1,091e+05        | -6,964e-03                 | 9,945e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $c$  | 2,916e-01         | 2,258e+00                  | 3,473e-02            |                                    |         |                |                      |      |      |
| 15 | $b$  | -4,105e-03        | -2,708e-04                 | 9,998e-01            | 2,069                              | 8,788   | 0,910          | 0,892                | 42,9 | 47,6 |
|    | $c$  | 5,152e-03         | 8,829e-02                  | 9,305e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $d_1$  | 1,194e+04         | 2,706e-04                  | 9,998e-01            |                                    |         |                |                      |      |      |
|    | $d_2$  | 2,495e+08         | 1,377e+05                  | < 2e-16              |                                    |         |                |                      |      |      |

Источник: собственные вычисления автора

Source: author's own calculations

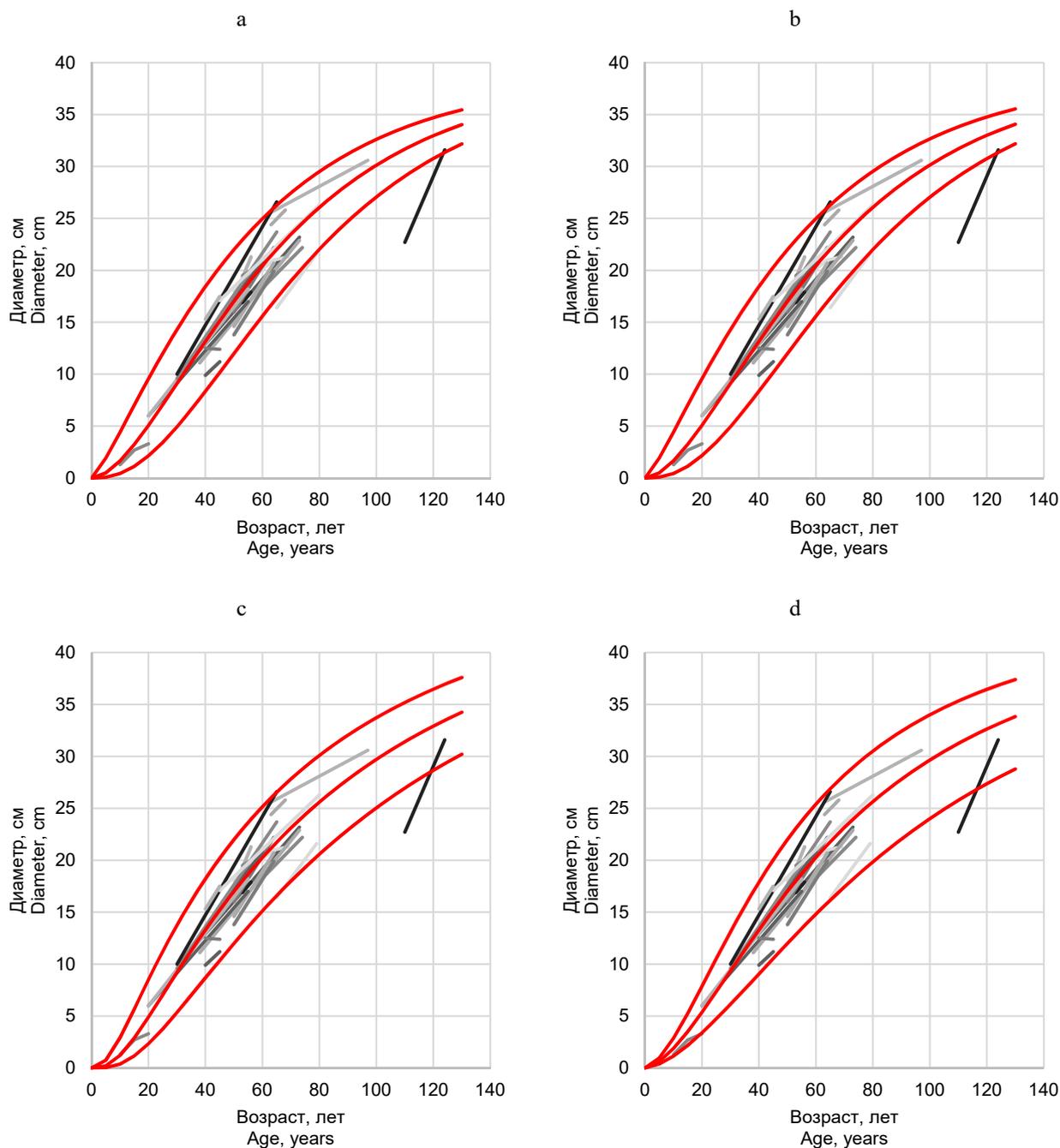


Рисунок 2. Смоделированные кривые роста по среднему диаметру (красные линии) со значениями 12, 17 и 22 см в 50 лет и данные с пробных площадей (серые линии): а) модель № 1, б) модель № 2, в) модель № 14, г) модель № 8

Figure 2. Predicted growth curves by average diameter (red lines) with values of 12, 17 and 22 cm at 50 years and data from sample plots (gray lines): a) model № 1, b) model № 2, c) model № 14, d) model № 8

Источник: собственная композиция автора  
Source: author's composition

Оценки уравнений естественного изреживания древостоев

Table 5

Estimates of average diameter growth equations

| id  | Оценки и статистическая значимость параметров   Estimates and statistical significance of parameters |                   |                            |                      | Метрики качества   Quality metrics |        |                |                      |       |       |
|-----|--|-------------------|----------------------------|----------------------|------------------------------------|--------|----------------|----------------------|-------|-------|
|     | Параметр   Parameter   | Оценка   Estimate | t-статистика   t-statistic | p-значение   p-value | RMSE                               | MAPE   | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> -adj. | AIC   | BIC   |
| N1  | $b_1$  | -3,178e-02        | -1,584e+01                 | 2,842e-14            | 486,643                            | 29,581 | 0,997          | 0,996                | 311,4 | 312,6 |
| N2  | $b_1$  | -9,265e-03        | -3,498e+00                 | 1,937e-03            | 354,446                            | 26,687 | 0,998          | 0,998                | 297,5 | 300,0 |
|     | $b_2$  | 1,358e+00         | 1,648e+01                  | 3,131e-14            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N3  | $b_1$  | -5,040e-02        | -1,529e+01                 | 1,528e-13            | 286,883                            | 24,492 | 0,999          | 0,999                | 287,0 | 289,4 |
|     | $b_2$  | 2,044e-01         | 6,422e+00                  | 1,491e-06            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N4  | $b_1$  | -2,276e+00        | -2,407e+00                 | 2,452e-02            | 416,409                            | 27,492 | 0,998          | 0,997                | 305,6 | 308,4 |
|     | $b_2$  | 1,012e+00         | 2,545e+02                  | < 2e-16              |                                    |        |                |                      |       |       |
| N5  | $b_0$  | 5,055e-01         | 2,220e+00                  | 3,657e-02            | 1196,91                            | 35,120 | 0,980          | 0,978                | 358,4 | 360,8 |
|     | $b_1$  | -7,410e-01        | -4,334e-01                 | 6,687e-01            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N6  | $b_0$  | 5,759e-04         | 3,965e-03                  | 9,969e-01            | 360,279                            | 25,415 | 0,998          | 0,998                | 300,3 | 304,0 |
|     | $b_1$  | -6,833e-06        | -3,937e-03                 | 9,969e-01            |                                    |        |                |                      |       |       |
|     | $b_2$  | 1,287e+00         | 1,167e+01                  | 6,769e-11            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N7  | $b_0$  | -7,220e-02        | -1,726e+00                 | 9,839e-02            | 269,200                            | 23,954 | 0,999          | 0,999                | 285,8 | 289,4 |
|     | $b_1$  | 1,891e-03         | 4,833e+00                  | 7,892e-05            |                                    |        |                |                      |       |       |
|     | $b_2$  | -8,389e-03        | -3,633e+00                 | 1,471e-03            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N8  | $b_0$  | -1,310e+00        | -4,388e+00                 | 2,337e-04            | 274,478                            | 31,595 | 0,999          | 0,999                | 286,7 | 290,4 |
|     | $b_1$  | 1,486e-07         | 3,068e-01                  | 7,619e-01            |                                    |        |                |                      |       |       |
|     | $b_2$  | 1,113e+00         | 5,777e+01                  | < 2e-16              |                                    |        |                |                      |       |       |
| N9  | $b_1$  | 4,109e-02         | 2,664e+01                  | < 2e-16              | 275,708                            | 27,764 | 0,999          | 0,999                | 283,0 | 284,2 |
| N10 | $b_1$  | -2,983e-01        | -5,637e+00                 | 8,367e-06            | 1252,71                            | 94,704 | 0,978          | 0,977                | 358,7 | 359,9 |
| N11 | $b_1$  | -3,089e-02        | -1,416e+01                 | 7,563e-13            | 476,746                            | 29,602 | 0,997          | 0,996                | 312,3 | 314,8 |
|     | $b_2$  | 9,472e+01         | 9,359e-01                  | 3,591e-01            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N12 | $b_2$  | 5,707e+01         | 4,472e+00                  | 1,735e-04            | 434,219                            | 40,178 | 0,997          | 0,997                | 307,7 | 310,1 |
|     | $b_3$  | 1,373e+00         | 1,759e+01                  | 7,772e-15            |                                    |        |                |                      |       |       |
|     | $b_1$  | 1,832e+01         | 1,233e+01                  | 1,281e-11            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N13 | $b_3$  | 6,007e-01         | 2,268e+01                  | < 2e-16              | 314,014                            | 28,587 | 0,999          | 0,998                | 291,5 | 293,9 |
|     | $b_1$  | 1,265e+00         | 1,919e+01                  | 3,109e-15            |                                    |        |                |                      |       |       |
| N14 | $b_2$  | 2,818e+01         | 4,775e+00                  | 9,096e-05            | 301,653                            | 31,899 | 0,999          | 0,999                | 291,5 | 295,1 |
|     | $b_3$  | 1,057e+00         | 1,244e+01                  | 1,970e-11            |                                    |        |                |                      |       |       |

Источник: собственные вычисления автора

Source: author's own calculations

С использованием регрессионных уравнений динамики средних высот и диаметров, естественного изреживания получены прогнозные значения сумм площадей сечений и запасов. На метрики качества (таблица 6) оказывают влияние, во-первых, ошибки прогнозирования таксационных показателей, используемых в расчетах, и во-вторых, наличие случайных ошибок. Для сумм площадей сечений средний абсолютный процент ошибки (MAPE) составил 15,1 %, для запасов – 16,0 % при средних абсолютных ошибках (MAE) 3,8 м<sup>2</sup>/га и 39,2 м<sup>3</sup>/га соответственно. Средние смещения ошибок (MBE) имеют отрицательные значения, что указывает на

тенденцию к некоторому завышению прогнозируемых показателей. Полученные модели позволяют объяснять 85,5% изменчивости сумм площадей сечений и 85,6% запасов.

Сравнение точности прогнозов по модели с нормативом. В соответствии с Приказом Министерства природных ресурсов и экологии Российской Федерации от 5 августа 2022 года № 510 «Об утверждении лесоустроительной инструкции» при таксации лесов методом актуализации допустимые случайные ошибки определения таксационных показателей составляют для запаса ±30 %, средней высоты – ±15 %, среднего диаметра – ±20 %. Таким образом,

разработанная модель позволяет прогнозировать рассматриваемые таксационные показатели в рамках установленной нормативами точности (для запаса ошибка в среднем не выходит за пределы  $\pm 16\%$ , для средней высоты –  $\pm 7\%$ , для среднего диаметра –  $\pm 8\%$ ), обеспечивая уверенный прогноз

на период до 20 лет. Учитывая влияние большого количества разнообразных факторов на динамику древостоев, к прогнозированию таксационных показателей на более длительные периоды нужно подходить с осторожностью, так как они могут приводить к возникновению значительных отклонений.

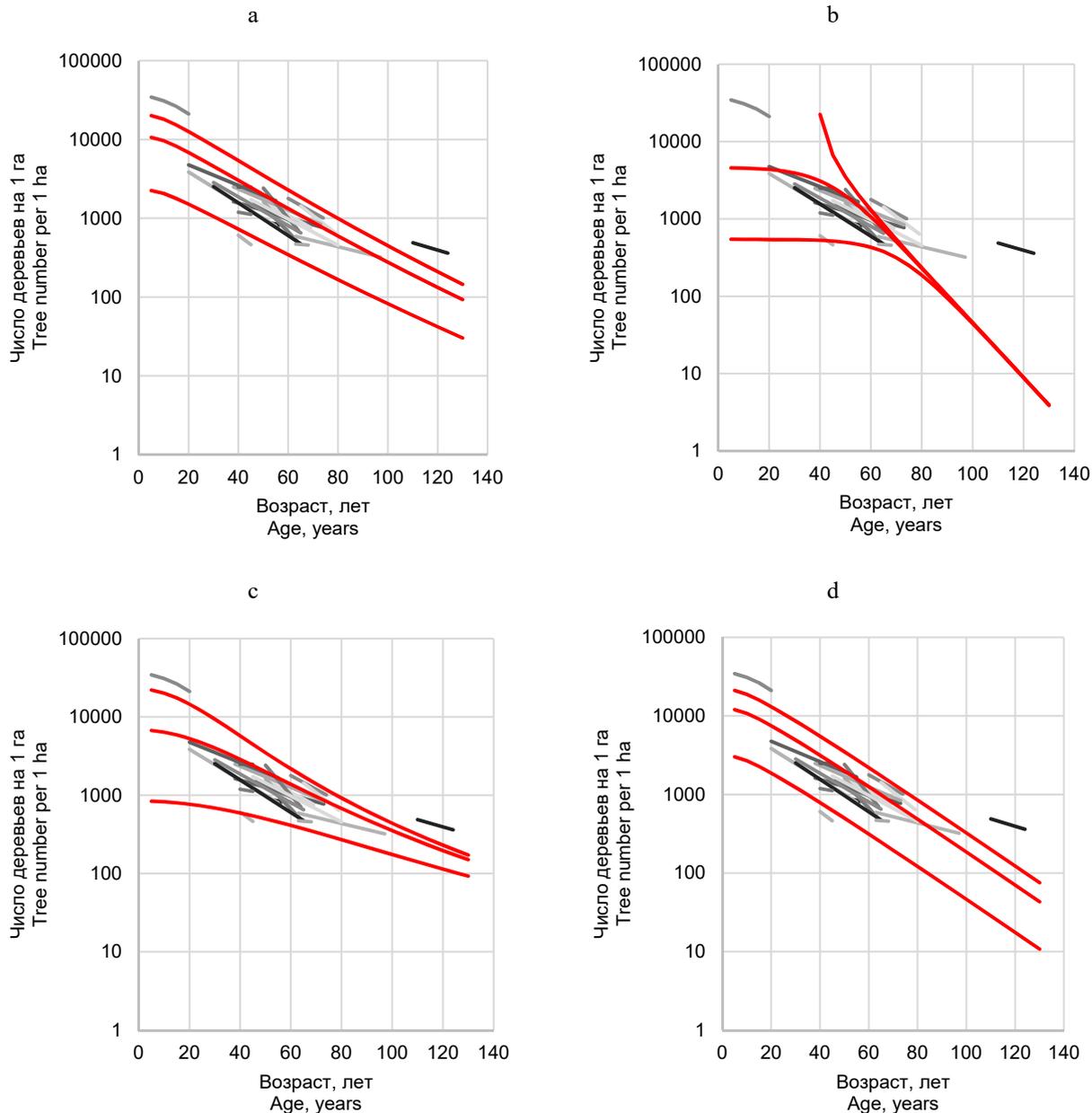


Рисунок 3. Смоделированные кривые естественного изреживания (красные линии) со значениями 500, 2000 и 3500 деревьев на 1 га в 50 лет и данные с пробных площадей (серые линии): а) модель № N7, б) модель № N8, в) модель № N9, д) модель № N3

Figure 3. Predicted tree number curves (red lines) with values of 500, 2000 and 3500 trees per 1 ha in 50 years and data from sample plots (gray lines): a) model № N7, b) model № N8, c) model № N9, d) model № N3

Источник: собственная композиция автора

Source: author's composition

На пробной площади Ч5К(64) повторный пересчет проводился в возрасте 73 года. Расхождение прогнозируемых значений с фактическими для средних высот составило 6%, средних диаметров – 4%, числа деревьев – 6%, запаса – 7%. Согласно модели, максимум среднего прироста достигнут к возрасту 55 лет (4,83 м<sup>3</sup>/га/год), а после 70 лет началось разрушение соснового древостоя, в результате чего произошло снижение запаса (годовой текущий прирост по запасу принял отрицательные значения). Это характерно для древостоев и на других пробных площадях в бассейне реки Черный Лух, на что обращается внимание в работе Н.В. Мальщукковой<sup>1</sup>.

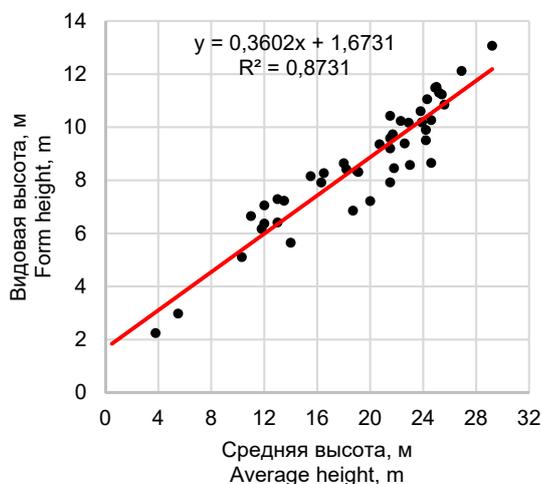


Рисунок 4. Зависимость видовой высоты от средней высоты сосновых древостоев

Figure 4. Dependence of form height on the average height of pine stands

Источник: собственная композиция автора  
Source: author's composition

В качестве наиболее вероятной причины снижения производительности сосновых насаждений, начиная с четвертого класса возраста, можно рассматривать проявление саморегуляции на фоне переуплотнения древостоев и происходящих климатических изменений. Согласно закономерности морфогенеза одноярусных древостоев Г.С. Разина [34], древостой только раз в жизни достигает предельного состояния по ряду таксационных показателей, после чего переходит в фазу регресса со снижением

<sup>1</sup>Мальщуккова Н.В. Повышение продуктивности сосновых лесов Ветлужско-Унженской низменности: специальность 06.03.03 –

прироста. Но исторические сведения о существовавших в прошлом старовозрастных корабельных лесах подтверждают, что не следует ожидать полного распада древостоев.

Наиболее вероятным сценарием дальнейшей динамики сосновых древостоев Унженской низменности является возможное формирование второго и последующих максимумов сумм площадей сечений и запасов. А.В. Лебедевым и В.В. Кузьмичевым [34] показано, что жизненный цикл древостоя представляет собой волнообразный процесс динамики таксационных показателей. Согласно этой концепции, после возраста 100 лет в сосновых древостоях Понизовья следует ожидать формирование второго максимума сумм площадей сечений и запасов, которые по своим значениям могут превысить значения, достигнутые при первом максимуме в 60-70 лет. Но стоит отметить, что для уточнения динамики сосновых древостоев Унженской низменности требуется проведение новых повторных учетов таксационных показателей на постоянных пробных площадях.

Таблица 6  
Метрики качества прогнозирования сумм площадей сечений и запасов

Table 6  
Quality metrics for forecasting stand basal areas and stand volume

| Критерий соответствия   Quality metric | Сумма площадей сечений   Stand basal areas | Запас   Stand volume |
|--|--|----------------------|
| RMSE                                   | 4,957                                      | 61,616               |
| MAPE                                   | 15,107                                     | 15,951               |
| MAE                                    | 3,809                                      | 39,152               |
| MBE                                    | -0,871                                     | -23,445              |
| R <sup>2</sup>                         | 0,855                                      | 0,856                |

Источник: собственные вычисления автора  
Source: author's own calculations

*Сравнение модели с ТХР.* По сравнению с разработанными ранее ТХР для трех наиболее распространенных классов бонитета (I-III классы) новая модель прогнозирует более быстрый рост сосновых древостоев по средней высоте и диаметру (рис. 6).

Лесоведение, лесоводство лесные пожары и борьба с ними: дис. ... канд. с.-х. наук / Мальщуккова Наталья Васильевна. – Москва, 2003. – 93 с.

Увеличение прироста по этим таксационным показателям может быть связано с климатическими изменениями.

ТХР 1911-1912 годов были составлены для спелых насаждений на ограниченном материале (по результатам однократных измерений), характеризующем наиболее производительные древостои, без

применения статистических методов анализа данных. Поэтому ряды изменения средних высот и диаметров, представленные в них, не характеризуют рост древостоев, а отражают наиболее вероятные максимальные значения этих таксационных показателей в каждом отдельно взятом возрасте.

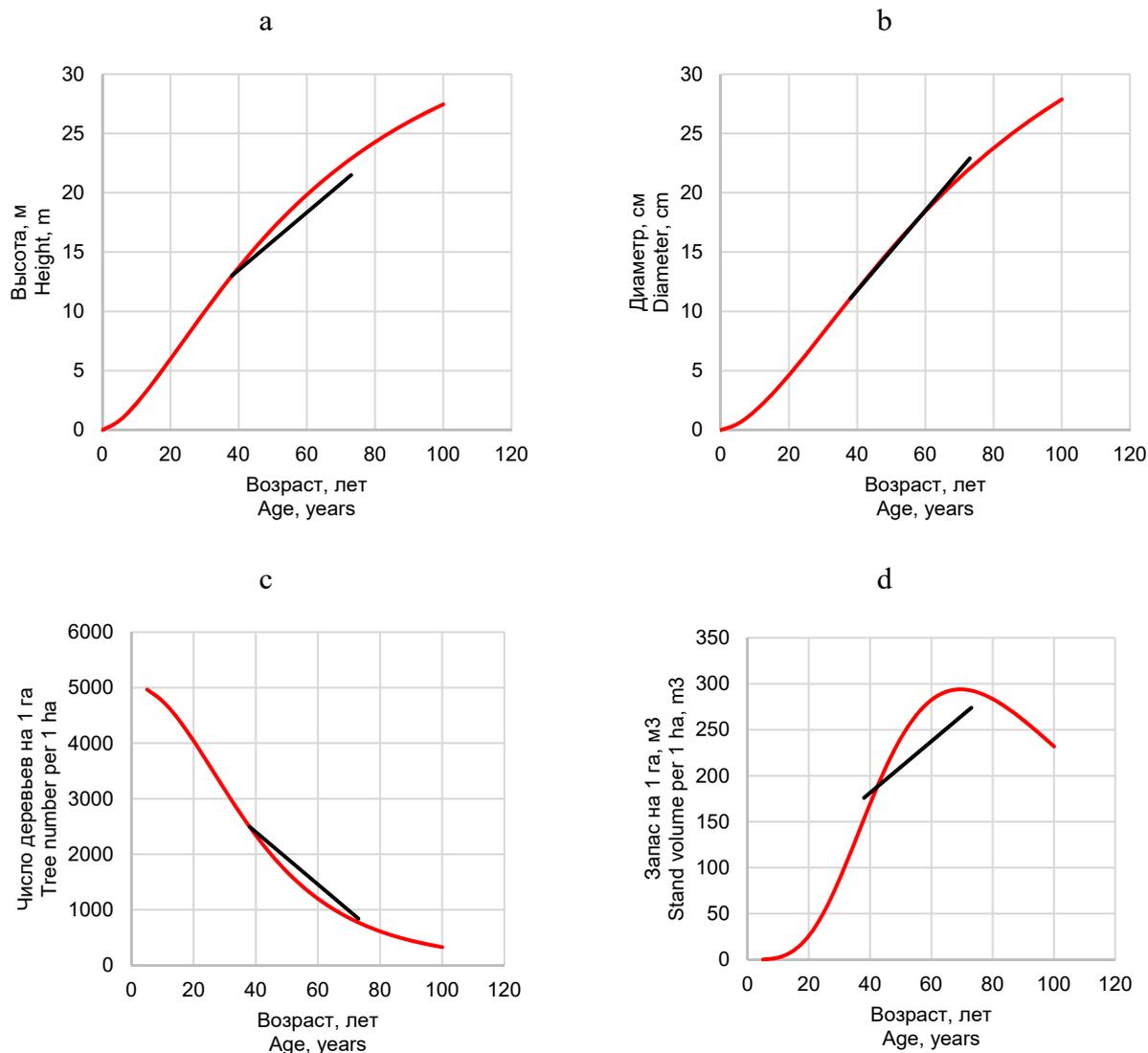


Рисунок 5. Прогнозируемые по модели (красные линии) и фактические изменения (черные линии) таксационных показателей на пробной площади Ч5К(64): а) средняя высота, б) средний диаметр, в) число деревьев, д) запас

Figure 5. Predicted (red lines) and actual changes (black lines) of stand indicators on the permanent plot Ч5К(64): а) average height, б) average diameter, в) number of trees, д) stand volume

Источник: собственная композиция автора

Source: author's composition

В.М. Павловым при составлении ТХР, кроме характеристик пробных площадей, использовались

также данные полных анализов древесных стволов. Поэтому изменения средних высот и диаметров

условно можно считать соответствующим усредненной фактической динамике. Различия в скорости роста и производительности древостоев для ТХР и новой модели указывают на необходимость проведения калибровки таксационных нормативов при получении новых данных о таксационных показателях, что особенно актуально в условиях изменения климата и реакции на него древостоев.

К настоящему времени в России в ходе проведения государственной инвентаризации лесов (ГИЛ) получен статистически обоснованный массив данных измерений деревьев и древостоев на постоянных пробных площадях, который нуждается в

проведении всестороннего научного анализа [35]. Одним из направлений использования полученного набора данных является разработка новых нормативов роста и производительности древостоев, отражающих современное воздействие климатических и антропогенных факторов на таксационные показатели. Зарубежный опыт показывает, что повторные наблюдения на постоянных пробных площадях, заложенных в ходе проведения ГИЛ, могут стать надежной основой для разработки новых моделей динамики таксационных показателей древостоев [16, 36, 37].

Таблица 7

Прогноз роста древостоев для постоянной пробной площади Ч5К(64) (начальные параметры

$A_0 = 38$  лет,  $H_0 = 13,0$  м,  $D_0 = 11,1$  см,  $N_0 = 2495$  деревьев на 1 га)

Table 7

Forest stand growth forecast for the permanent trial plot Ч5К(64) (initial parameters  $A_0 = 38$  years,

$H_0 = 13,0$  m,  $D_0 = 11,1$  cm,  $N_0 = 2495$  trees per ha)

| Возраст, лет   Age, years | Средняя высота, м   Average height, m | Средний диаметр, см   Average diameter, cm | Число деревьев на 1 га   Tree number per ha | Средняя видовая высота, м   Average form height, m | Сумма площадей сечений, м <sup>2</sup> /га   Basal area, m <sup>2</sup> /ha | Запас, м <sup>3</sup> /га   Stand volume, m <sup>3</sup> /ha | Средний прирост запаса, м <sup>3</sup> /га/год   Stand volume mean annual increment, m <sup>3</sup> /ha/year | Текущий прирост запаса, м <sup>3</sup> /га/год   Stand volume periodic annual increment, m <sup>3</sup> /ha/year |
|---------------------------|---------------------------------------|--|---|--|---|--|--|--|
| 5                         | 0,8                                   | -  | 4967  | -  | -   | -  | -  | -  |
| 10                        | 2,2                                   | 1,6  | 4758  | 2,5  | 0,96  | 2  | 0,24   | 1,08   |
| 15                        | 4,0                                   | 3,0  | 4438  | 3,1  | 3,16  | 10   | 0,66   | 2,36   |
| 20                        | 6,0                                   | 4,6  | 4042  | 3,8  | 6,79  | 26   | 1,30   | 4,25   |
| 25                        | 8,0                                   | 6,4  | 3605  | 4,6  | 11,50   | 52   | 2,10   | 6,16   |
| 30                        | 10,0                                  | 8,2  | 3162  | 5,3  | 16,63   | 88   | 2,92   | 7,59   |
| 35                        | 11,9                                  | 10,0                                       | 2735  | 6,0  | 21,53   | 128  | 3,67   | 8,23   |
| 40                        | 13,7                                  | 11,8                                       | 2343  | 6,6  | 25,70   | 170  | 4,25   | 8,02   |
| 45                        | 15,4                                  | 13,6                                       | 1992  | 7,2  | 28,85   | 209  | 4,63   | 7,10   |
| 50                        | 17,0                                  | 15,3                                       | 1685  | 7,8  | 30,89   | 241  | 4,82   | 5,73   |
| 55                        | 18,5                                  | 16,9                                       | 1422  | 8,3  | 31,91   | 266  | 4,83   | 4,15   |
| 60                        | 19,8                                  | 18,4                                       | 1199  | 8,8  | 32,03   | 283  | 4,71   | 2,58   |
| 65                        | 21,1                                  | 19,9                                       | 1011  | 9,3  | 31,45   | 292  | 4,49   | 1,14   |
| 70                        | 22,2                                  | 21,3                                       | 854   | 9,7  | 30,35   | 294  | 4,20   | -0,07  |
| 75                        | 23,3                                  | 22,6                                       | 723   | 10,1   | 28,89   | 291  | 3,88   | -1,05  |
| 80                        | 24,3                                  | 23,8                                       | 613   | 10,4   | 27,21   | 284  | 3,54   | -1,78  |
| 85                        | 25,2                                  | 24,9                                       | 522   | 10,7   | 25,42   | 273  | 3,21   | -2,31  |
| 90                        | 26,0                                  | 26,0                                       | 446   | 11,0   | 23,59   | 260  | 2,89   | -2,66  |
| 95                        | 26,8                                  | 27,0                                       | 382   | 11,3   | 21,79   | 246  | 2,59   | -2,86  |
| 100                       | 27,5                                  | 27,9                                       | 328   | 11,6   | 20,05   | 232  | 2,32   | -2,84  |

Источник: собственные вычисления автора

Source: author's own calculations

*Ограничения и назначение модели.* Основными ограничениями, с которыми пришлось столкнуться при разработке модели были: 1) несбалансированность данных в сформированной выборке по производительности и возрасту древостоев, 2) малое количество повторных наблюдений (для большинства используемых пробных площадей измерения проведены только для двух возрастов). В используемом для оценки уравнений наборе данных практически отсутствуют наблюдения до 20 лет и после 90

лет. Поэтому к прогнозным значениям таксационных показателей древостоев в этих временных диапазонах нужно подходить с большой осторожностью, так же, как и к прогнозам, превышающим срок 20 лет. Отмеченные ограничения в некоторой степени могут быть снивелированы при закладке новых постоянных пробных площадей и при проведении повторных учетов на существующих.

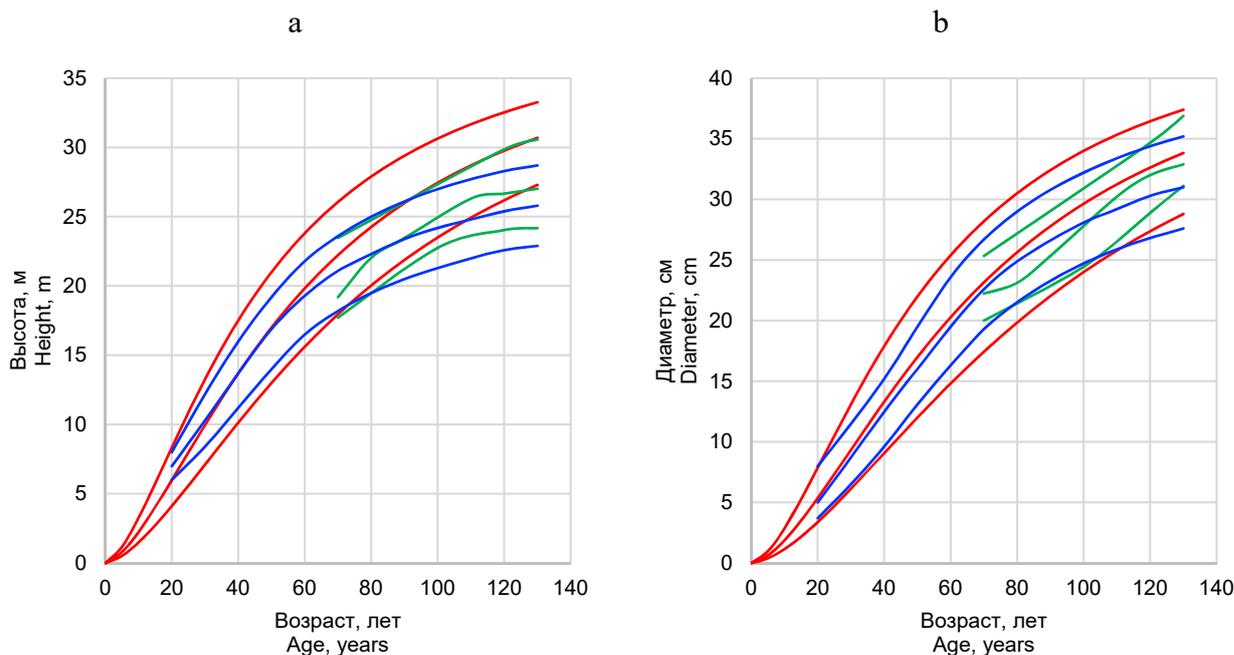


Рисунок 6. Сравнение прогнозов по модели (красные линии) с данными таблиц хода роста сосновых древостоев бассейна реки Унжи, составленных В.М. Павловым (синяя линия), и таблиц хода роста, составленных при лесоустройстве 1911-1912 годов, для лесов Унженского района Костромской губернии (зеленые линии):

а) средняя высота, б) средний диаметр

Figure 6. Comparison of predicted values according to model (red lines) with data from the course growth tables of pine stands in the Unzha River basin, compiled by V.M. Pavlov (blue line), and the course growth tables compiled during forest inventory in 1911-1912 of the forests of the Unzhensky district of the Kostroma province (green lines):

а) average height, б) average diameter

Источник: собственная композиция автора

Source: author's composition

Во многих литературных источниках отмечается, что модели роста и производительности древостоев должны быть максимально простыми, надежными, объективными, понятными для использования и способствовать принятию обоснованных решений по управлению лесами [16, 38]. При разработке модели роста и производительности сосновых древостоев Унженской низменности учитывались эти требования. Использовался общий набор уравнений, проверенных для многих регионов и древесных пород. Показано, что несмотря на близкие оценки соответствия при выборе лучшего уравнения следует проводить графический анализ. Выявлены основные механизмы роста и производительности древостоев, основанные на применении минимального набора таксационных показателей (возраст, средняя высота и диаметр, количество деревьев), определение которых не составляет большого труда при проведении лесоинвентаризационных работ.

Разработанная модель относится к категории современных эмпирических моделей прогнозирования таксационных характеристик на уровне отдельного древостоя, а преимуществами являются инвариантность относительного базового возраста и возможность давать прогнозы в широком диапазоне значений начальных параметров. Модель может применяться как альтернатива традиционным таблицам хода роста при ведении хозяйства в сосновых лесах Унженской низменности. Практическое применение модели заключается: 1) в возможности актуализации данных таксационных описаний предыдущих ревизионных периодов при отсутствии данных нового лесоустройства, 2) в обосновании спелостей леса и возрастов рубок насаждений при различ-

ном сочетании начальных таксационных показателей древостоев, 3) в проведении имитационных расчетов различных лесохозяйственных режимов за счет наличия в модели прогноза числа деревьев.

Предложенная модель имеет потенциал для создания более сложных моделей, которые могут включать дополнительные факторы, например, структуру древостоев, природные и антропогенные нарушения, смешение древесных пород и др. Примеры таких моделей рассматриваются в работах T.V. Stankova [17], M.G. Allen II et al. [37], E. Gómez-García et al. [39, 40]. Для удобства использования разработанная модель роста и производительности сосновых древостоев Унженской низменности может быть реализована в виде специальной компьютерной программы для использования в практической и образовательной деятельности.

## Заключение

Новые регрессионные уравнения для прогнозирования динамики средних высот и диаметров, естественного изреживания в совокупности формируют модель роста и производительности сосновых древостоев Унженской низменности. Разработанная модель может служить альтернативой традиционным таблицам хода роста при проектировании и обосновании лесохозяйственных мероприятий, при таксации лесов методом актуализации, а также для принятия управленческих решений при ведении хозяйства в сосновых лесах. В сочетании с дополнительными уравнениями может входить в состав более сложных моделей, позволяющих прогнозировать структуру древостоев, товарный и углерододепонирующий потенциал, воздействие лесохозяйственных мероприятий и др.

## Список литературы

1. Дубенок Н.Н., Лебедев А.В., Чистяков С.А. Динамика основных показателей земель лесного фонда Костромской обл. и биосферного резервата «Кологривский лес». Лесохозяйственная информация. 2023; 3: 26-36. DOI: <https://doi.org/10.24419/LNI.2304-3083.2023.3.02>.
2. Старцев А.И. Фитомасса чистых и смешанных древостоев сосны обыкновенной в Нижегородской и Костромской областях. Лесоведение. 2007; 2: 51-56. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9490819>.
3. Замолотчиков Д.Г., Грабовский В.И., Каганов В.В. Натурная и модельная оценки углерода валежа в лесах Костромской области. Лесоведение. 2013; 4: 3-11. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20260049>.
4. Дубенок Н.Н., Лебедев А.В., Гостев В.В. Модель образующей древесного ствола сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.), произрастающей в Костромской области. Лесотехнический журнал. 2023; 4.1(52): 5-22. DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.4/3>.

5. Иванов А.М. Изучение морфологической изменчивости шишек сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.) в Костромской области. Вестник Московского государственного университета леса - Лесной вестник. 2011; 4: 192-195. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=16540260>.
6. Чудецкий А.И., Шутов В.В., Рыжова Н.В. Опыт лесной рекультивации выработанного песчаного карьера. Вестник Московского государственного университета леса - Лесной вестник. 2014; 18(4): 112-115. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=21838758>.
7. Багаев С.С. Лесокультурное освоение осушенных земель на территории Костромской низины. Повышение эффективности лесного комплекса: материалы Пятой Всероссийской национальной научно-практической конференции с международным участием, Петрозаводск, 22 мая 2019 года. Петрозаводск: Петрозаводский государственный университет, 2019: 14-15. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41170357>.
8. Хлюстов В.К., Лебедев А.В. Товарно-денежный потенциал древостоев и оптимизация лесопользования. Иркутск: Мегалит, 2017: 328. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35192385>.
9. Хлюстов В.К., Лебедев А.В., Ефимов О.Е. Экобиоэнергетический потенциал сосняков Костромской области. Москва: Российский государственный аграрный университет – МСХА им. К.А. Тимирязева, 2016: 292. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28838067>.
10. Дубенок Н.Н., Лебедев А.В., Чистяков С.А. Ход роста древостоев в сосновых типах леса заповедника "Кологривский лес". Лесохозяйственная информация. 2023; 2: 43-54. DOI: <https://doi.org/10.24419/LHI.2304-3083.2023.2.03>.
11. Cieszewski C.J., Strub M. Generalized Algebraic Difference Approach Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes from Exponential and Logarithmic Functions. Forest Science. 2008; 54(3): 303-315. DOI: <https://doi.org/10.1093/forests/54.3.303>.
12. Bailey R.L., Clutter J.L. Base-age invariant polymorphic site curves. Forest Science. 1974; 20(2): 155-159. DOI: <https://doi.org/10.1093/forests/20.2.155>.
13. Cieszewski C.J., Bailey R.L. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. Forest Science. 2000; 46(1): 116-126. DOI: <https://doi.org/10.1093/forests/46.1.116>.
14. Kazimirović M., Stajić B., Petrović N., Ljubičić J., Košanin O., Hanewinkel M., Sperlich D. Dynamic height growth models for highly productive pedunculate oak (*Quercus robur* L.) stands: explicit mapping of site index classification in Serbia. Annals of Forest Science. 2024; 81: 15. DOI: <https://doi.org/10.1186/s13595-024-01231-0>.
15. Kuehne C., McLean J.P., Maleki K., Antón-Fernández C., Astrup R. A stand-level growth and yield model for thinned and unthinned even-aged Scots pine forests in Norway. Silva Fennica. 2022; 56(1): 10627. DOI: <https://doi.org/10.14214/sf.10627>.
16. Maleki K., Astrup R., Kuehne C., McLean J.P., Antón-Fernández C. Stand-level growth models for long-term projections of the main species groups in Norway. Scandinavian Journal of Forest Research. 2022; 37(2): 130-143. DOI: <https://doi.org/10.1080/02827581.2022.2056632>.
17. Stankova T.V. A dynamic whole-stand growth model, derived from allometric relationships. Silva Fennica. 2015; 50(1): 1406. DOI: <https://doi.org/10.14214/sf.1406>.
18. Hipler S.-M., Spiecker H., Wu S. Dynamic Top Height Growth Models for Eight Native Tree Species in a Cool-Temperate Region in Northeast China. Forests. 2021; 12(8): 965. DOI: <https://doi.org/10.3390/f12080965>.
19. López-Álvarez Ó., Franco-Vázquez L., Marey-Perez M. Base-age invariant models for predicting individual tree accumulated annual resin yield using two tapping methods in maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) forests in north-western Spain. Forest Ecology and Management. 2023; 549: 121501. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2023.121501>.
20. Nunes L., Patrício M., Tomé J., Tomé M. Modeling dominant height growth of maritime pine in Portugal using GADA methodology with parameters depending on soil and climate variables. Annals of Forest Science. 2011; 68: 311-323. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13595-011-0036-8>.

21. Sharma R.P., Vacek Z., Vacek S., Jansa V., Kučera M. Modelling individual tree diameter growth for Norway spruce in the Czech Republic using a generalized algebraic difference approach. *Journal of Forest Science*. 2017; 63(5): 227–238. DOI: <https://doi.org/10.17221/135/2016-JFS>.
22. Лебедев А.В., Кузьмичев В.В. Построение бонитетной шкалы с использованием обобщенного алгебраического разностного подхода. *Сибирский лесной журнал*. 2022; 3: 48–58. DOI: <https://doi.org/10.15372/SJFS20220306>.
23. Cieszewski C.J. Developing a Well-Behaved Dynamic Site Equation Using a Modified Hossfeld IV Function  $Y^3 = (ax^m)/(c + x^{m-1})$ , a Simplified Mixed-Model and Scant Subalpine Fir Data. *Forest Science*. 2003; 49(4): 539–554. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/49.4.539>.
24. Cieszewski C.J., Strub M., Zasada M. New dynamic site equation that fits best the Schwappach data for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. *Forest Ecology and Management*. 2007; 243: 83–93. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.02.025>.
25. Cieszewski C.J. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Canadian Journal of Forest Research*. 2005; 31: 165–173. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-31-1-165>.
26. Cieszewski C.J. Comparing fixed-and variable-base-age polymorphic site equations having single versus multiple asymptotes. *Forest Science*. 2002; 48(1): 7–23. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/48.1.7>.
27. Cieszewski C.J., Zasada M., Strub M. Analysis of different base models and methods of site model derivation for Scots pine. *Forest Science*. 2006; 52(2): 187–197. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/52.2.187>.
28. Thapa R., Burkhart H.E. Modeling Stand-Level Mortality of Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) Using Stand, Climate, and Soil Variables. *Forest Science*. 2015; 61: 1–13. DOI: <https://doi.org/10.5849/forsci.14-125>.
29. Hevia A., Vilčko F., Álvarez-González J.G. Dynamic stand growth model for Norway spruce forests based on long-term experiments in Germany. *Recursos Rurais*. 2013; 9: 45–54. Режим доступа: <http://hdl.handle.net/10347/16271>.
30. Mason E.G. Growth and yield modelling in New Zealand. Chilean research consortium, BIOCOSMAAt. Chile: Valdivia, 2011. URL: [https://www.researchgate.net/publication/261180496\\_Growth\\_and\\_yield\\_modelling\\_in\\_New\\_Zealand](https://www.researchgate.net/publication/261180496_Growth_and_yield_modelling_in_New_Zealand).
31. Stankova T.V., Diéguez-Aranda U. Derivation and analysis of new stand-level mortality models based on existing growth equations. *Ecological Research*. 2014; 29(2): 319–330. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11284-014-1126-5>.
32. Neter J., Kutner M.H., Nachtsheim C.J., Wasserman W. *Applied Linear Statistical Models*. Chicago: Irwin, 1996: 1408. URL: [https://hero.epa.gov/hero/index.cfm/reference/details/reference\\_id/724709](https://hero.epa.gov/hero/index.cfm/reference/details/reference_id/724709).
33. Лебедев А.В., Кузьмичев В.В. Таксационные показатели сосновых древостоев по данным долговременных наблюдений. *Сибирский лесной журнал*. 2023; 2: 3–16. DOI: <https://doi.org/10.15372/SJFS20230201>.
34. Рогозин М.В. Пять основных законов в развитии древостоев. *Научное обозрение. Биологические науки*. 2019; 3: 32–36. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=40934409>.
35. Филипчук А.Н., Малышева Н.В., Золина Т.А., Федоров С.В., Бердов А.М., Косицын В.Н., Югов А.Н., Кинигопуло П.С. Аналитический обзор количественных и качественных характеристик лесов Российской Федерации: итоги первого цикла государственной инвентаризации лесов. *Лесохозяйственная информация*. 2022; 1: 5–34. DOI: <https://doi.org/10.24419/LHI.2304-3083.2022.1.01>.
36. McCullagh A., Black K., Nieuwenhuis M. Evaluation of tree and stand-level growth models using national forest inventory data // *European Journal of Forest Research*. 2017; 136: 251–258. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10342-017-1025-8>.
37. Allen II M.G., Antón-Fernández C., Astrup R. A stand-level growth and yield model for thinned and unthinned managed Norway spruce forests in Norway. *Scandinavian Journal of Forest Research*. 2020; 35(5–6): 238–251. DOI: <https://doi.org/10.1080/02827581.2020.1773525>.
38. Vanclay J.K. *Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests*. Wallingford UK: CAB International, 1994: 312. URL: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:8211>.

39. Gómez-García E., Crecente-Campo E., Stankova T., Rojo A., Diéguez Aranda U. Dynamic growth model for birch stands in northwestern Spain. *Forestry Ideas*. 2010; 16(2): 211-220. URL: [https://forestry-ideas.info/files/issue/Forestry\\_Ideas\\_BG\\_2010\\_16\\_2\\_9.pdf](https://forestry-ideas.info/files/issue/Forestry_Ideas_BG_2010_16_2_9.pdf).

40. Gómez-García E., Crecente-Campo F., Tobin B., Hawkins M., Nieuwenhuis M., Diéguez-Aranda U. A dynamic volume and biomass growth model system for even-aged downy birch stands in south-western Europe. *Forestry: An International Journal of Forest Research*. 2014; 87(1): 165–176. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/cpt045>.

### References

1. Dubenok N.N., Lebedev A.V., Chistyakov S.A. Dinamika osnovnykh pokazatelei zemel lesnogo fonda Kostromskoi obl i biosfernogo rezervata “Kologrivskii les”. [Dynamics of the main indicators of the forest lands of the Kostroma region and the Kologrivsky Forest Biosphere Reserve]. *Forestry information*. 2023; 3: 26-36. (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.24419/LHI.2304-3083.2023.3.02>.

2. Startsev A.I. Fitomassa chistykh i smeshannykh drevostoev sosny obyknovnoi v Nizhegorodskoi i Kostromskoi oblastiakh. [The Phytomass of Pure and Mixed Scots Pine Stands in Nizhnii Novgorod and Kostroma Regions]. *Lesovedenie*. 2007; 2: 51-56. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9490819>.

3. Zamolodchikov D.G., Grabovsky V.I., Kaganov V.V. Naturnaia i modelnaia otsenki ugleroda valesha v lesakh Kostromskoi oblasti. [Natural and Model Assessment of Carbon Pool in Slash of Forests in Kostroma Region]. *Lesovedenie*. 2013; 4: 3-11. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20260049>.

4. Dubenok N.N., Lebedev A.V., Gostev V.V. Model obrazuiushchei drevesnogo stvola sosny obyknovnoi (*Pinus sylvestris* L.), proizrastaiushchei v Kostromskoi oblasti. [Model of Stem Taper of Scots pine (*Pinus sylvestris*) in the kostroma region]. *Lesotekhnicheskii zhurnal* [Forestry Engineering journal]. 2023; 4.1(52): 5-22. (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.4/3>.

5. Ivanov A.M. Izuchenie morfologicheskoi izmenchivosti shishek sosny obyknovnoi *Pinus sylvestris* L. v Kostromskoi oblasti. [Studying the Morphological Variability of Scots Pine (*Pinus Sylvestris* L.) Cones in the Kostroma Region]. *Forestry Bulletin*. 2014; 18(4): 112-115. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=21838758>.

6. Chudetskii A.I., Shutov V.V., Ryzhova N.V. Opyt lesnoi rekultivatsii vyrabotannogo peschanogo karera. [Experience of Forestry Recultivation of Mined-out Sand Quarry]. *Forestry Bulletin*. 2014; 18(4): 112-115. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=21838758>.

7. Bagaev S.S. Lesokulturnoe osvoenie osushennykh zemel na territorii Kostromskoi niziny. [Forestry development of drained lands on the territory of the Kostroma Lowland]. In: *Povyshenie effektivnosti lesnogo kompleksa materialy Piatoi Vserossiiskoi natsionalnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem Petrozavodsk 22 maia 2019 goda*. Petrozavodsk: Petrozavodskii gosudarstvennyi universitet, 2019: 14-15. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41170357>.

8. Khlyustov V.K., Lebedev A.V. Tovarno-denezhny potentsial drevostoev i optimizatsiya lesopolzovaniya. [Commodity-monetary potential of tree stands and optimization of forest management]. Irkutsk: Megaprint, 2017: 328. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35192385>.

9. Khlyustov V.K., Lebedev A.V., Efimov O.E. Ekobioenergeticheskii potentsial sosniakov Kostromskoi oblasti. [Ecobioenergetic potential of pine stands in the Kostroma region]. Moscow: RSAU-MTAA, 2016: 292. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28838067>.

10. Dubenok N.N., Lebedev A.V., Chistyakov S.A. Khod rosta drevostoev v sosnovykh tipakh lesa zapovednika “Kologrivskii les”. [Course of Stand Growth and Yield in the Pine Forest Types of the Kologrivsky Forest Nature Reserve]. *Forestry information*. 2023; 2: 43-54. (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.24419/LHI.2304-3083.2023.2.03>.

11. Cieszewski C.J., Strub M. Generalized Algebraic Difference Approach Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes from Exponential and Logarithmic Functions. *Forest Science*. 2008; 54(3): 303-315. DOI: <https://doi.org/10.1093/forests/54.3.303>.

12. Bailey R.L., Clutter J.L. Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science*. 1974; 20(2): 155–159. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/20.2.155>.
13. Cieszewski C.J., Bailey R.L. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science*. 2000; 46(1): 116–126. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.1.116>.
14. Kazimirović M., Stajić B., Petrović N., Ljubičić J., Košanin O., Hanewinkel M., Sperlich D. Dynamic height growth models for highly productive pedunculate oak (*Quercus robur* L.) stands: explicit mapping of site index classification in Serbia. *Annals of Forest Science*. 2024; 81: 15. DOI: <https://doi.org/10.1186/s13595-024-01231-0>.
15. Kuehne C., McLean J.P., Maleki K., Antón-Fernández C., Astrup R. A stand-level growth and yield model for thinned and unthinned even-aged Scots pine forests in Norway. *Silva Fennica*. 2022; 56(1): 10627. DOI: <https://doi.org/10.14214/sf.10627>.
16. Maleki K., Astrup R., Kuehne C., McLean J.P., Antón-Fernández C. Stand-level growth models for long-term projections of the main species groups in Norway. *Scandinavian Journal of Forest Research*. 2022; 37(2): 130–143. DOI: <https://doi.org/10.1080/02827581.2022.2056632>.
17. Stankova T.V. A dynamic whole-stand growth model, derived from allometric relationships. *Silva Fennica*. 2015; 50(1): 1406. DOI: <https://doi.org/10.14214/sf.1406>.
18. Hipler S.-M., Spiecker H., Wu S. Dynamic Top Height Growth Models for Eight Native Tree Species in a Cool-Temperate Region in Northeast China. *Forests*. 2021; 12(8): 965. DOI: <https://doi.org/10.3390/f12080965>.
19. López-Álvarez Ó., Franco-Vázquez L., Marey-Perez M. Base-age invariant models for predicting individual tree accumulated annual resin yield using two tapping methods in maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) forests in north-western Spain. *Forest Ecology and Management*. 2023; 549: 121501. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2023.121501>.
20. Nunes L., Patrício M., Tomé J., Tomé M. Modeling dominant height growth of maritime pine in Portugal using GADA methodology with parameters depending on soil and climate variables. *Annals of Forest Science*. 2011; 68: 311–323. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13595-011-0036-8>.
21. Sharma R.P., Vacek Z., Vacek S., Jansa V., Kučera M. Modelling individual tree diameter growth for Norway spruce in the Czech Republic using a generalized algebraic difference approach. *Journal of Forest Science*. 2017; 63(5): 227–238. DOI: <https://doi.org/10.17221/135/2016-JFS>.
22. Lebedev A.V., Kuzmichev V.V. Postroenie bonitetnoi shkaly s ispolzovaniem obobshchennogo algebraicheskogo raznostnogo podkhoda. [Stand Site Index Scale Development Using the Generalized Algebraic Difference Approach]. *Sibirskij Lesnoj Zurnal [Sib. J. For. Sci.]*. 2022; 3: 48-58. (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.15372/SJFS20220306>.
23. Cieszewski C.J. Developing a Well-Behaved Dynamic Site Equation Using a Modified Hossfeld IV Function  $Y^3 = (ax^m)/(c + x^{m-1})$ , a Simplified Mixed-Model and Scant Subalpine Fir Data. *Forest Science*. 2003; 49(4): 539–554. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/49.4.539>.
24. Cieszewski C.J., Strub M., Zasada M. New dynamic site equation that fits best the Schwappach data for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. *Forest Ecology and Management*. 2007; 243: 83–93. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.02.025>.
25. Cieszewski C.J. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Canadian Journal of Forest Research*. 2005; 31: 165–173. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-31-1-165>.
26. Cieszewski C.J. Comparing fixed-and variable-base-age polymorphic site equations having single versus multiple asymptotes. *Forest Science*. 2002; 48(1): 7–23. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/48.1.7>.
27. Cieszewski C.J., Zasada M., Strub M. Analysis of different base models and methods of site model derivation for Scots pine. *Forest Science*. 2006; 52(2): 187–197. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/52.2.187>.
28. Thapa R., Burkhart H.E. Modeling Stand-Level Mortality of Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) Using Stand, Climate, and Soil Variables. *Forest Science*. 2015; 61: 1-13. DOI: <https://doi.org/10.5849/forsci.14-125>.
29. Hevia A., Vilčko F., Álvarez-González J.G. Dynamic stand growth model for Norway spruce forests based on long-term experiments in Germany. *Recursos Rurais*. 2013; 9: 45-54. URL: <http://hdl.handle.net/10347/16271>.

30. Mason E.G. Growth and yield modelling in New Zealand. Chilean research consortium, BIOCOSAA. Chile: Valdivia, 2011. URL: [https://www.researchgate.net/publication/261180496\\_Growth\\_and\\_yield\\_modelling\\_in\\_New\\_Zealand](https://www.researchgate.net/publication/261180496_Growth_and_yield_modelling_in_New_Zealand).
31. Stankova T.V., Diéguez-Aranda U. Derivation and analysis of new stand-level mortality models based on existing growth equations. *Ecological Research*. 2014; 29(2): 319-330. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11284-014-1126-5>.
32. Neter J., Kutner M.H., Nachtsheim C.J., Wasserman W. *Applied Linear Statistical Models*. Chicago: Irwin, 1996: 1408. URL: [https://hero.epa.gov/hero/index.cfm/reference/details/reference\\_id/724709](https://hero.epa.gov/hero/index.cfm/reference/details/reference_id/724709).
33. Lebedev A.V., Kuzmichev V.V. Taksatsionnye pokazateli osnovnykh drevostoev po dannym dolgovremennykh nabliudenii. [Forest Survey Parameters of Pine Tree Stands According to Long-Term Observation Data]. *Sibirskij Lesnoj Zurnal [Sib. J. For. Sci.]*. 2023; 2: 3-16. (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.15372/SJFS20230201>.
34. Rogozin M.V. Piat osnovnykh zakonov v razvitii drevostoev. [Five main laws in the development of forest stands]. *Nauchnoe obozrenie. Biologicheskie nauki*. 2019; 3: 32-36. (in Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=40934409>.
35. Filipchuk A.N., Malysheva N.V., Zolina T.A., Fedorov S.V., Berdov A.M., Kositsyn V.N., Ugov A.N., Kinigopulo P.S. Analiticheskii obzor kolichestvennykh i kachestvennykh kharakteristik lesov Rossiiskoi Federatsii itogi pervogo tsikla gosudarstvennoi inventarizatsii lesov. [Analytical Review of the Quantitative and Qualitative Characteristics of Forests in the Russian Federation: Results of the First Cycle of the State Forest Inventory]. *Forestry information*. 2022; 1: 5-34. (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.24419/LHI.2304-3083.2022.1.01>.
36. McCullagh A., Black K., Nieuwenhuis M. Evaluation of tree and stand-level growth models using national forest inventory data // *European Journal of Forest Research*. 2017; 136: 251–258. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10342-017-1025-8>.
37. Allen II M.G., Antón-Fernández C., Astrup R. A stand-level growth and yield model for thinned and unthinned managed Norway spruce forests in Norway. *Scandinavian Journal of Forest Research*. 2020; 35(5–6): 238–251. DOI: <https://doi.org/10.1080/02827581.2020.1773525>.
38. Vanclay J.K. *Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests*. Wallingford UK: CAB International, 1994: 312. URL: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:8211>.
39. Gómez-García E., Crecente-Campo E., Stankova T., Rojo A., Diéguez Aranda U. Dynamic growth model for birch stands in northwestern Spain. *Forestry Ideas*. 2010; 16(2): 211-220. URL: [https://forestry-ideas.info/files/issue/Forestry\\_Ideas\\_BG\\_2010\\_16\\_2\\_9.pdf](https://forestry-ideas.info/files/issue/Forestry_Ideas_BG_2010_16_2_9.pdf)
40. Gómez-García E., Crecente-Campo F., Tobin B., Hawkins M., Nieuwenhuis M., Diéguez-Aranda U. A dynamic volume and biomass growth model system for even-aged downy birch stands in south-western Europe. *Forestry: An International Journal of Forest Research*. 2014; 87(1): 165–176. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/cpt045>.

### Сведения об авторе

✉ *Лебедев Александр Вячеславович* – доктор с.-х. наук, доцент кафедры землеустройства и лесоводства, ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», ул. Тимирязевская, 49, г. Москва, 127434, Российская Федерация; научный сотрудник, ФГБУ «Государственный природный заповедник «Кологривский лес» имени М.Г. Синицына», ул. Некрасова, 48, г. Кологрив, Костромская обл., 157440, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8939-942X>, e-mail: [alebedev@rgau-msha.ru](mailto:alebedev@rgau-msha.ru).

### Information about the author

✉ *Aleksandr V. Lebedev* – Doctor of Agricultural Science, Associate Professor of the Department of Land Organization and Forestry, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Timiryazevskaya str., 49, Moscow city, 127434, Russian Federation; Researcher, Kologrivsky Forest Nature Reserve, Nekrasova st., 48, Kologriv town, Kostroma region, 157440, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8939-942X>, e-mail: [alebedev@rgau-msha.ru](mailto:alebedev@rgau-msha.ru)

✉ Для контактов | Corresponding author